

Leçon 1 : CALCUL LITTÉRAL

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Le texte parle d'un élève de troisième qui présente à ses amis de classe une information qu'il a découverte sur un site internet.*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Les acteurs sont les élèves d'une classe de troisième*
- Où se déroule l'évènement ? *L'évènement se déroule au collège.*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? *Le problème qui se pose est : calculer la vitesse de libération de la fusée Ariane 5.*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *Connaître et appliquer les propriétés relatives au calcul littéral.*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? *Les élèves décident de renforcer leur acquis sur le calcul littéral.*

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

Des élèves d'une classe de 3^{ème} découvrent grâce à l'un d'entre eux une formule de calcul de la vitesse de libération d'un objet pour qu'il puisse échapper à l'attraction d'une planète. Ils ont des difficultés à l'appliquer pour calculer la vitesse de libération de la fusée Ariane 5 à une altitude donnée. Ils décident de renforcer leur acquis sur le calcul littéral.

Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers une nouvelle leçon intitulée « **calcul littéral** », des propriétés et règles de calcul qui vous permettront de régler ce genre de problème qui se pose dans la situation d'apprentissage.

ACTIVITES DE DECOUVERTE

I- Connaître la propriété relative l'égalité de deux quotients

Activité 1

- 1- a) $\frac{5}{8} = \frac{20}{32}$; b) $5 \times 32 = 160$ et $8 \times 20 = 160$, donc $5 \times 32 = 8 \times 20$.
2- a) $20 \times 27 = 540$ et $36 \times 15 = 540$. 20×27 et 36×15 sont égaux.
b) $\frac{20}{36} = \frac{15}{27}$

J'évalue mes acquis

- 1- a) $14 \times 3 = 42$ et $21 \times 2 = 42$, donc $14 \times 3 = 21 \times 2$; b) $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$
2- a) $2 \times 49 = 98$ et $7 \times 14 = 98$ donc $\frac{2}{7} = \frac{14}{49}$; b) $3 \times 81 = 243$ et $5 \times 48 = 240$, $3 \times 81 \neq 5 \times 48$ donc $\frac{3}{5} \neq \frac{48}{81}$

II- Connaître les propriétés relatives aux puissances à exposant entier relatif d'un nombre

2-1 Identifier une puissance d'exposant entier positif

Activité 2

- 1- $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4$; $5^6 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
2- a^n désigne le produit de n facteurs égaux au nombre a.

J'évalue mes acquis

- a) $11^4 = 11 \times 11 \times 11 \times 11$; b) $13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 = 13^5$

2-2 Identifier une puissance d'exposant entier négatif

Activité 3

- 1) $5^3 \times \frac{1}{5^3} = \frac{5^3}{5^3} = 1$; 2) $12^4 \times \frac{1}{12^4} = \frac{12^4}{12^4} = 1$; 3) $(-3^5) \times \frac{1}{(-3^5)} = \frac{(-3^5)}{(-3^5)} = 1$; 4) $a \times \frac{1}{a} = \frac{a}{a} = 1$

J'évalue mes acquis

- a) $5^{-6} = \frac{1}{5^6}$; b) $\frac{1}{3^{-8}} = 3^8$; c) $8^{2020} = \frac{1}{8^{-2020}}$

2-3 Connaître la propriété relative à la puissance d'un même nombre

Activité 4

1- Produit $a^n \times a^m$

- a) $13^4 \times 13^7 = 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 = 13^{11} = 13^{4+7}$
b) $2^{-5} \times 2^9 = \frac{1}{2^5} \times 2^9 = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^4 = 2^4 = 2^{-5+9}$
c) $3^2 \times 3^{-7} = 3 \times 3 \times \frac{1}{3^7} = \frac{3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = 1 \times \frac{1}{3^5} = \frac{1}{3^5} = 3^{-5} = 3^{2+(-7)}$

2- Puissance d'une puissance: $(a^n)^m$

- a) $(x^2)^3 = x^2 \times x^2 \times x^2 = x \times x \times x \times x \times x \times x \times x = x^6 = x^{2 \times 3}$
b) $(x^{-2})^3 = \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 = \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x \times x \times x \times x \times x \times x \times x} = \frac{1}{x^6} = x^{-6}$
c) $(x^2)^{-2} = \frac{1}{(x^2)^2} = \frac{1}{x^2 \times x^2} = \frac{1}{x^4} = x^{-4}$

3- Quotient $\frac{a^n}{a^m}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{13}{13^3} &= 13 \times \frac{1}{13^3} = 13 \times 13^{-3} = 13^{1+(-3)} = 13^{1-3} = 13^{-2} \\ \text{b) } \frac{11^5}{11^4} &= 11^5 \times \frac{1}{11^4} = 11^5 \times 11^{-4} = 11^{5+(-4)} = 11^{5-4} = 11 \end{aligned}$$

J'évalue mes acquis

$$\begin{aligned} 1) \quad a^3 \times a^2 &= a^5 ; \quad a^{-8} \times a^3 = a^{-5} ; \quad a^{14} \times a^{-6} = a^8 \\ 2) \quad (a^5)^{-2} &= a^{-10} ; \quad (a^{-5})^4 = a^{-20} ; \quad (a^{-4})^{-3} = a^{12} \\ 3) \quad \frac{a^8}{a^{-6}} &= a^{14} ; \quad \frac{a^{-8}}{a^{-5}} = a^{-3} ; \quad \frac{a^{-7}}{a^{-22}} = a^{15} \end{aligned}$$

2-4 Connaître la propriété relative aux puissances de même exposant

Activité 5

1) Produit $a^n \times b^m$

$$\begin{aligned} \text{a) } 13^3 \times 7^3 &= 13 \times 7 \times 13 \times 7 \times 13 \times 7 = (13 \times 7)^2 ; \\ \text{b) } (5 \times 11)^2 &= (5 \times 11) \times (5 \times 11) = 5 \times 5 \times 11 \times 11 = 5^2 \times 11^2 \end{aligned}$$

2) Quotient $\frac{a^n}{a^m}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{5^3}{7^3} &= 5^3 \times \frac{1}{7^3} = 5^3 \times 7^{-3} = (5 \times 7^{-1})^3 = (5 \times \frac{1}{7})^3 = (\frac{5}{7})^3 \\ \text{b) } (\frac{3}{11})^4 &= (3 \times \frac{1}{11})^4 = (3 \times 11^{-1})^4 = 3^4 \times 11^{-4} = 3^4 \times \frac{1}{11^4} = \frac{3^4}{11^4} \end{aligned}$$

J'évalue mes acquis

$$\begin{aligned} 1) \quad 3^6 \times 2^6 &= (3 \times 2)^6 = 6^6 ; \quad (-1,2)^3 \times 3^3 = (-1,2 \times 3)^3 = (-3,6)^3 ; \\ &\quad (-\frac{7}{8})^{-4} \times (-\frac{4}{21})^{-4} = [-\frac{7}{8} \times (-\frac{4}{21})]^{-4} = (\frac{1}{6})^{-4} \\ 2) \quad \frac{6^4}{2^4} &= (\frac{6}{2})^4 = 3^4 ; \quad \frac{(-8)^5}{(-2)^5} = (\frac{8}{2})^5 = 4^5 ; \quad \frac{(3,5)^{-3}}{(-7)^{-3}} = (\frac{3,5}{-7})^{-3} = (-0,5)^{-3} \end{aligned}$$

III- Connaître la propriété relative au produit

Activité 6

a	0	-2	5	8	0	0	x	0	0	7
b	3	1	0	-8	9,6	0	0	y	-12	0
a x b	0	-2	0	-64	0	0	0	0	0	0

J'évalue mes acquis

$$\text{a) } x = 1 ; \text{ b) } x = -3 ; \text{ c) } x = -2 \text{ ou } x = 5$$

IV- Connaître la propriété relative aux nombres de même carré

Activité

	a	b	a^2	b^2	Je compare a^2 et b^2
1)	-1	1	1	1	$a^2 = b^2$
	3	-3	9	9	$a^2 = b^2$
	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$a^2 = b^2$
	0	0	0	0	$a^2 = b^2$

$$2) \text{ a) } (x - y)(x + y) = x^2 + xy - xy - y^2 = x^2 - y^2$$

$$\text{b) } x^2 - y^2 = 0 \text{ équivaut à } (x - y)(x + y) = 0 \text{ soit } (x = y) \text{ ou } (x = -y)$$

c) « $x^2 = y^2$ équivaut à $x = y$ ou $x = -y$

J'évalue mes acquis

a) $x^2 = 25$ équivaut à $x = 5$ ou $x = -5$

b) $(x - 3)^2 = 100$ équivaut à $x - 3 = 100$ ou $x - 3 = -100$
équivaut à $x = 103$ ou $x = -97$

V- Développer et réduire les produits de la forme $k(a + b)$ et $(a + b)(c + d)$

Activité 8

$k(a + b) = ka + kb$; $k(a - b) = ka - kb$;

$(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d) = ac + ad + bc + bd$

J'évalue mes acquis

a) $3x(5x + 2) = 15x^2 + 6x$; b) $(3x - 5)(x - 2) = 3x^2 - 6x - 5x + 10 = 3x^2 - 11x + 10$

c) $5x(x - 4) = 5x^2 - 20x$; d) $(x + 2)(x - 6) = x^2 - 6x + 2x - 12 = x^2 - 4x - 12$

VI- Développer avec les produits remarquables – Calculer une valeur numérique d'une expression littérale

Activité 9

1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
2)

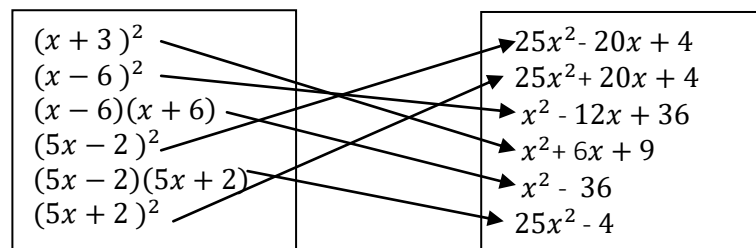
Expression	produit remarquable	a	b	Développement
$(5x + 2)^2$	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$5x$	2	$25x^2 + 20x + 4$
$(3 - 4x)^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	3	$4x$	$9 - 24x + 16x^2$
$(7 + 2x)(7 - 2x)$	$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$	7	$2x$	$49 - 4x^2$

3) $A = [5x(-1) + 2]^2 = (-5 + 2)^2 = (-3)^2 = 9$. On utilise l'expression $(5x + 2)^2$.

$B = [3 - 4x(-1)]^2 = (3 + 4)^2 = (7)^2 = 49$. On utilise l'expression $(3 - 4x)^2$

$C = 49 - 4x(-1)^2 = 49 - 4 = 45$. On utilise l'expression $49 - 4x^2$

J'évalue mes acquis



VII- Factoriser une expression littérale avec un facteur commun

Activité 10

1) a)

Les produits	Les facteurs
$2x(x - 5)$	$2x$ et $(x - 5)$
$-3(7x - 4)$	-3 et $(7x - 4)$

b) $A = 5(x + 2)$; $C = x(2 - x)$; $E = 4x(2x - 1)$

2) a) Les facteurs de $(5x - 7)(2x + 1)$ sont $(5x - 7)$ et $(2x + 1)$
 Les facteurs de $(2x + 1)(13x - 8)$ sont $(2x + 1)$ et $(13x - 8)$

b) Le facteur commun est $(2x + 1)$

c) $F = (5x - 7)(2x + 1) + (2x + 1)(13x - 8)$
 $= (2x + 1)[(5x - 7) + (13x - 8)]$
 $= (2x + 1)(5x + 13x - 7 - 8)$
 $= (2x + 1)(18x - 15)$
 $= 3(2x + 1)(6x - 5)$

l'évalue mes acquis

$A = 5x + 10$ $= 5(x + 2)$	$I = 6x - 3$ $= 3(2x - 1)$	$J = 14x - 7$ $= 7(2x - 1)$	$K = 30x^2 - 42x$ $= 6x(5x - 7)$
$L = (x - 3)(2x + 5) + (x - 3)(x + 9)$ $= (x - 3)[(2x + 5) + (x + 9)]$ $= (x - 3)(2x + x + 5 + 9)$ $= (x - 3)(3x + 14)$			

VIII- Factoriser une expression littérale à l'aide des produits remarquables

Activité 11

a) $x^2 + 12x + 36 = x^2 + 2 \times 6 \times x + 6^2 = (x + 6)^2$
 b) $x^2 - 18x + 81 = x^2 - 2 \times 9 \times x + 9^2 = (x - 9)^2$
 c) $x^2 - 0,49 = x^2 - 0,7^2 = (x - 0,7)(x + 0,7)$

l'évalue mes acquis

$36x^2 - 60x + 25$	$(x - 5)^2$
$36x^2 + 60x + 25$	$(x - 5)(x + 5)$
$x^2 - 10x + 25$	$(6x + 5)^2$
$x^2 + 10x + 25$	$(x + 5)^2$
$x^2 - 25$	$(6x - 5)(6x + 5)$
$36x^2 - 25$	$(6x - 5)^2$

IX- Identifier un polynôme

Activité 12

a)

Terme en x^3	Coefficient	Terme en x^2	Coefficient	Terme en x	Coefficient
$9x^3$	9	$-5x^2$	-5	x	1

b) Le terme constant est -2.

c) $9x^3$

J'évalue mes acquis

Polynôme	U	W	T
Degré	2	2	3

IX- Identifier une fraction rationnelle

Activité 13

$$a) x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$$A = (x - 3)(2x - 5) + (x - 3)(3 - x)$$

$$= (x - 3)[(2x - 5) + (3 - x)]$$

$$= (x - 3)(2x - x - 5 + 3)$$

$$= (x - 3)(x - 2)$$

$$b) C = \frac{(x-2)^2}{(x-3)(x-2)}$$

$$c) x = 3 \text{ ou } x = 2$$

$$d) \text{ Pour } x \neq 3 \text{ et } x \neq 2, C = \frac{(x-2)^2}{(x-3)(x-2)} = \frac{(x-2)}{(x-3)}$$

J'évalue mes acquis

a) Vrai ; b) vrai ; c) Vrai ; d) Faux

Je m'exerce

1- Exercice d'application/Fixation

Exercice 1

a) $4a = 3b$; b) $7d = 6c$; c) $-4x11 = 12b$

Exercice 2

$$a) \frac{15}{29} = \frac{345}{667} ; b) \frac{8,5}{5,4} = \frac{13,6}{8,64} ; c) \frac{-23}{15} \neq \frac{392}{-255}$$

Exercice 3

$$1) 8x288 = 2304 \text{ et } 9x256 = 2304. ; 2) \frac{8}{9} = \frac{256}{288} \text{ et } \frac{8}{256} = \frac{9}{288}$$

Exercice 4

$$a) \frac{2-x}{x} = \frac{3}{7} ; 3x = 14 - 7x ; x = \frac{14}{10} ; x = \frac{7}{5}$$

$$b) \frac{3x-7}{x+1} = \frac{2}{5} ; 15x - 35 = 2x + 2 ; 13x = 37 ; x = \frac{37}{13}$$

$$c) \frac{4}{x} = \frac{x}{9} ; x^2 = 36 ; x = -6 \text{ ou } x = 6$$

Exercice 5

1) c; 2) b; 3) d

Exercice 6

1) a^{17} ; 2) a^{21} ; 3) a^{-30} ; 4) a^5

Exercice 7

1) $a^{-4} b^{-2}$; 2) $a^{-1} b^{-3}$

Exercice 8

1) 2^2 ; $(-8)^8$; 3^6 2) 4^{-2} ; $((-2)^{-5})^{-3}$; $(5)^4$; 3) 3^3 ; 6^{11} ; $(-1,6)^6$
4) 15^3 ; $0,5^{-2}$; $\frac{-8}{125}$; 5) $1,2^6$; $(-6)^7$

Exercice 9

1) $9x$; 2) $-2y$; 3) $4x^2$; 4) $-3y^2$

Exercice 10

$A = 6x - 18$; $B = -12x + 9$; $C = 7x^2 - 16x + 4$; $D = 3x^2 + 10x + 8$

Exercice 11

$R = -3 - 6 - 5 = -14$; $T = -9 \times \frac{11}{6} + \frac{5}{6} - 2 = \frac{-53}{3}$

Exercice 12

a) $(2x)^2 + 2 \times 4 \times 2x + 4^2$; b) $x^2 - 2 \times 7 \times x + 7^2$; c) $9^2 - (2x)^2$

Exercice 13

$A = b(2a - 5)$; $B = 4(a + 2b)$; $C = a(a - b)$; $D = 7b(a + 2b)$

Exercice 14

$x^2 + 20x + 100 = x^2 + 2 \times 10 \times x + 10^2 = (x + 10)^2$

$25x^2 - 30x + 9 = (5x)^2 - 2 \times 3 \times 5x + 3^2$

$81 - 49x^2 = (9 - 7x)(9 + 7x)$

Exercice 15

1) $(x + 2)^2 + (5x + 3)(x + 2) = (x + 2)[(x + 2) + (5x + 3)] = (x + 2)(6x + 5)$

2) $(x - 5)(x + 5) - (3x + 1)(x - 5) = (x - 5)[(x + 5) - (3x + 1)] = (x - 5)(-2x + 4)$
 $= 2(x - 5)(-x + 2)$

3) $2x(x^2 - 9) + \frac{9}{2}(x - 3) = 2x(x - 3)(x + 3) + \frac{9}{2}(x - 3)$
 $= (x - 3)(2x^2 + 6x + \frac{9}{2})$
 $= 2(x - 3)(x^2 + 3x + \frac{9}{4})$
 $= 2(x - 3)(x + \frac{3}{2})^2$
 $= 2(x - 3)(x + \frac{3}{2})(x + \frac{3}{2})$

Exercice 16

a) $x = 2$; b) $x = 0$ ou $x = 6$; c) $x = 11$ ou $x = 5$; d) $x = \frac{7}{2}$ ou $x = \frac{-12}{5}$; e) $x = \frac{1}{2}$

Exercice 17

1.B et 2.C

Exercice 18

$\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}$; $\frac{21}{17}$ et $\frac{-21}{17}$; $(-a)$ et a ; 2 et -2 ; $\pi - 1$ et $1 - \pi$.

Exercice 19

a) $x = 0,2$ ou $x = -0,2$; b) $x = 20$ ou $x = -20$; c) $x = \frac{4}{3}$ ou $x = -2$; d) $x = 5$ ou $x = \frac{5}{3}$

Exercice 20

$$8x^3 - 2x + 3 ; 5x(x - 1) + x^2$$

Exercice 21

a) $15x^4$; b) $250x^7$; c) $-\frac{1}{3}x^6$; d) $-3x^9$

Exercice 22

$$P = 5x^4 - 9x^2 - 8x + 27$$

Exercice 23

$$S = 6x^2 - x - 1 ; D = -4x^2 + x + 5 ; P = 5x^4 - x^3 + 7x^2 - 2x - 6$$

Exercice 24

$$x - \frac{1}{x} ; x\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3}\right)$$

Exercice 25

a)

Fraction rationnelle	A	B	C
Numérateur	$3x + 2$	$(x - 2)(x + 2)$	$(3x - 2)(3x - 2)$
Dénominateur	$(3x - 2)(3x + 2)$	$(x + 2)(x + 2)$	$(-x - 4)(3x - 2)$

b) A existe si et seulement si $x \neq \frac{2}{3}$ et $x \neq \frac{-2}{3}$ et $A = \frac{1}{3x-2}$

B existe si et seulement si $x \neq -2$ et $B = \frac{x-2}{x+2}$

C existe si et seulement si $x \neq -4$ et $x \neq \frac{2}{3}$ et $C = \frac{3x-2}{-x-4}$

c) $A = \frac{-1}{11}$; $B = 5$

Exercice 26

1) $a + b = \frac{21}{12}$; $a - b = \frac{11}{12}$; $a \times b = \frac{5}{9}$; $\frac{a}{b} = \frac{16}{5}$

2) $a + b = \frac{-51}{35}$; $a - b = \frac{9}{35}$; $a \times b = \frac{18}{35}$; $\frac{a}{b} = \frac{7}{10}$

Exercice 27

$$A = \frac{23}{12} ; B = \frac{-3}{10} ; C = \frac{23}{36} ; D = \frac{9}{8}$$

Exercice 28

$$A = 3^{-9} \times 7^{-1} ; B = 3^{-2} \times 7^2$$

Exercice 29

$$A = \frac{-5}{2} ; B = \frac{4}{5} ; C = -2 ; D = -4$$

Exercice 30

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{a+b}{b-a} \Leftrightarrow (a+c)(b-a) = (a-c)(a+b)$$

$$\Leftrightarrow ab - a^2 + bc - ac = a^2 + ab - ac - bc$$

$$\Leftrightarrow 2bc - 2a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 = bc$$

Exercice 31

1)

$ \begin{aligned} A &= (2x + 5)^2 + 4(2x + 5) + (2x + 5)(2x - 5) \\ &= (2x + 5) (2x + 5 + 4 + 2x - 5) \\ &= (2x + 5) (4x + 4) \\ &= 4(2x + 5) (x + 1) \end{aligned} $	$ \begin{aligned} B &= (3x + 4 + x - 1)(3x + 4 - x + 1) \\ &= (4x + 3) (2x + 5) \end{aligned} $
---	---

2) $x = \frac{-3}{4}$ ou $x = \frac{-5}{2}$

3) Pour $x \neq \frac{-3}{4}$ et $x \neq \frac{-5}{2}$, $F = \frac{4(x+1)}{4x+3}$
Pour $F = 2$, $x = \frac{-1}{2}$

Exercice 32

1) X et Y existent pour tout nombre rationnel. Z existe pour $x \neq 1$ et $x \neq -1$.

2) a) $X^2 + Y^2 = \frac{(1-x^2)^2}{(1+x^2)^2} + \frac{4x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-2x^2+x^4+4x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1+2x^2+x^4}{(1+x^2)^2} = \frac{(1+x^2)^2}{(1+x^2)^2} = 1$

a) $\frac{Y}{X} = \frac{2x}{1+x^2} \times \frac{1+x^2}{1-x^2} = \frac{2x}{1-x^2} = Z$

b) $1 + Z^2 = 1 + \frac{Y^2}{X^2} = \frac{X^2 + Y^2}{X^2} = \frac{1}{X^2}$

c) $\frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} = \frac{1}{Y^2} - \frac{X^2}{Y^2} = \frac{1-X^2}{Y^2} = \frac{Y^2}{Y^2} = 1$

III- Situations d'évaluation

Exercice 33

1) $R = 2000x$

2) $B = 2000x - 2090x + x^2 = -90x + x^2 = x(x - 90)$

3) Dépenses et recette s'équilibrent signifie que $B = 0$

soit $x(x - 90) = 0$ c'est dire $x = 0$ ou $x = 90$

Le nombre d'article cherché est 90.

Leçon 2 : PROPRIÉTÉ DE THALES DANS LE TRIANGLE

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Le texte parle des élèves de troisième qui découvrent dans une revue de mathématiques une information relative à la méthode utilisée, dans l'antiquité, pour mesurer la profondeur d'un puits.*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Les acteurs sont les élèves d'une classe de troisième et leur chef d'établissement.*
- Où se déroule l'évènement ? *L'évènement se déroule au collège.*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? *Le problème qui se pose est : Déterminer la profondeur du puits du collège.*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *La survenue d'un éventuel accident dans le puits.*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? *Les élèves décident de parler de cette méthode à leur chef d'établissement afin de l'utiliser pour déterminer la profondeur du puits du collège.*

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

L'utilisation de cette méthode nécessite la connaissance d'une propriété dans le triangle qui est l'objet de la leçon que nous allons découvrir aujourd'hui : La propriété de Thalès dans le triangle

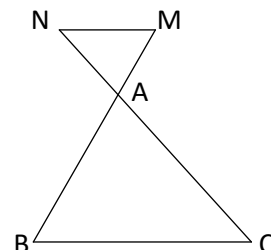
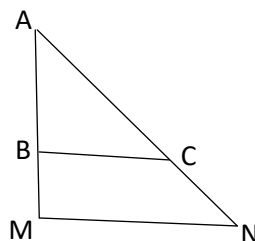
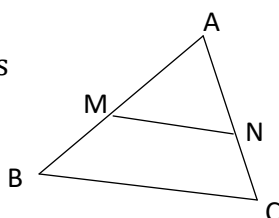
ACTIVITES DE DECOUVERTE

I- Propriété de Thalès

Activité 1

1)

- Figures



- Les mesures sont prises sur les figures du livre

	AM	AN	AB	AC	$\frac{AM}{AB}$	$\frac{AN}{AC}$
Fig. 1	1,2	0,6	2	1	0,6	0,6
Fig. 2	1,1	2,1	0,6	1,15	1,83	1,83
Fig.	0,5	0,6	1	1,	0,5	0,5

2) Dans chaque cas $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

J'évalue mes acquis

- a) et c)
- Figure 1 : 3) ; Figure 2 : 2)

II- Connaître la propriété réciproque de la propriété de Thalès

Activité 2

- Fig.1 : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$; Fig.2 : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$; Fig.3 : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$
- (MN) // (BC) sur les figures 1 et 3.

J'évalue mes acquis

- AKL est un triangle , $P \in [AK]$, $Q \in [AL]$. Si $\frac{AP}{AK} = \frac{AQ}{AL}$, alors (PQ) et (KL) sont parallèles.
- $\frac{SE}{SH} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ et $\frac{SF}{SG} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$ donc $\frac{SE}{SH} = \frac{SF}{SG}$
 Dans le triangle SGH, E est un point de (SH), F est un point de (SG), Les points E, S et H d'une part et les points F, S et G d'autre part sont alignés dans le même ordre. De plus on a $\frac{SE}{SH} = \frac{SF}{SG}$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, (EF) est parallèle (GH).

III- Connaître la conséquence de la propriété de Thalès

Activité3

1)

	$\frac{AM}{AB}$	$\frac{AN}{AC}$	BC	MN	$\frac{MN}{BC}$
Fig.1	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	2	1,35	0,675
Fig.2	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	1,25	2,1	1,68
Fig.3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1,7	0,85	0,5

2) On peut négliger les petits écarts provenant des erreurs de mesure et lecture et dire que dans chaque cas $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Activité 4

1) La propriété de Thalès

2) a) Dans le triangle ABC, $M \in [AB]$, $L \in [BC]$ et $(LM) \parallel (AC)$. D'après la propriété de Thalès, on a $\frac{BM}{BA} = \frac{BL}{BC}$

a) $\frac{BA-MA}{BA} = \frac{BC-LC}{BC}$; $\frac{BA}{BA} - \frac{MA}{BA} = \frac{BC}{BC} - \frac{LC}{BC}$; $1 - \frac{MA}{BA} = 1 - \frac{LC}{BC}$; $\frac{MA}{BA} = \frac{LC}{BC}$

b) Le quadrilatère MNCL est un parallélogramme car ses côtés opposés sont parallèles deux à deux. Par conséquent, ses côtés opposés ont la même longueur. Soit $LC = MN$.

c) On a $\frac{MA}{BA} = \frac{LC}{BC}$ donc $\frac{MA}{BA} = \frac{MN}{BC}$ car $LC = MN$. Or $\frac{MA}{BA} = \frac{AN}{AC}$.
Par conséquent $\frac{MA}{BA} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

l'évalue mes acquis

1) RVT est un triangle. $S \in (RT)$ et $U \in (RV)$. Si $(SU) \parallel (TV)$, alors $\frac{RU}{RV} = \frac{RS}{RT} = \frac{SU}{TV}$.

2) SBN est un triangle. $O \in (BS)$ et $H \in (SN)$ et $(OH) \parallel (BN)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès, $\frac{SH}{SN} = \frac{SO}{SB} = \frac{OH}{BN}$.

On a $\frac{SH}{SN} = \frac{OH}{BN}$ c'est-à-dire $BN = \frac{OH \times SN}{SH}$

Donc $BN = \frac{5 \times 5}{3,5} = 7,14$

IV- Partager un segment en des segments de même longueur

Activité 5

- Sur la droite (AA_3) , on a : $AA_1 = \frac{1}{3} AA_3$ (1)

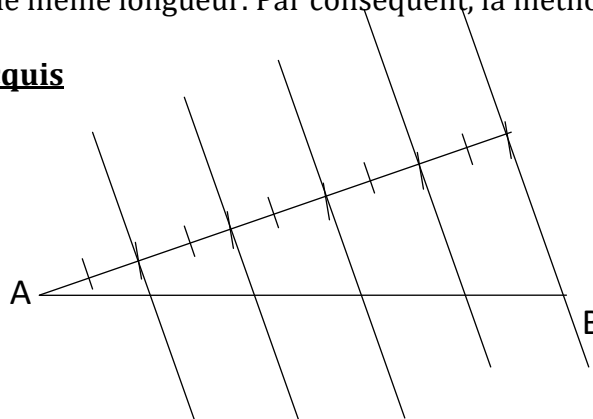
Dans le triangle AA_3B , $A_1 \in [AA_3]$, $M_1 \in [AB]$ et $(A_1M_1) \parallel (A_3B)$. D'après la propriété de Thalès, on a $\frac{AM_1}{AB} = \frac{AA_1}{AA_3} = \frac{1}{3}$ d'après (1)

Si $\frac{AM_1}{AB} = \frac{1}{3}$, alors $AM_1 = \frac{1}{3} AB$

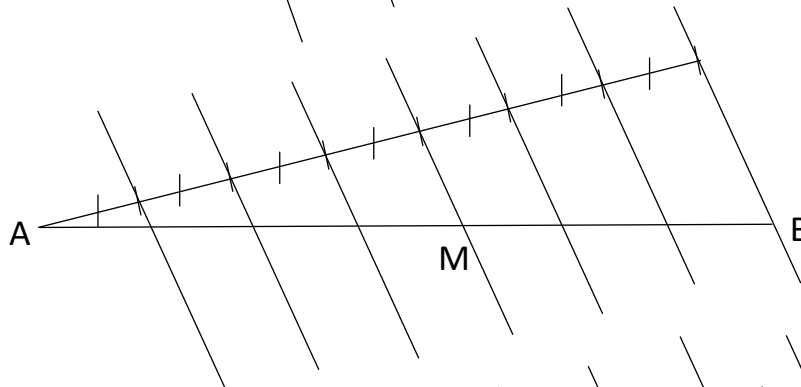
- Sur la droite (A_1A_3) , on a : $AA_2 = \frac{2}{3} AA_3$ (2)
 Dans le triangle AA_3B , $A_2 \in [AA_3]$, $M_2 \in [AB]$ et $(A_2M_2) \parallel (A_3B)$. D'après la propriété de Thalès, on a $\frac{AM_2}{AB} = \frac{AA_2}{AA_3} = \frac{2}{3}$ d'après (2)
 Si $\frac{AM_2}{AB} = \frac{2}{3}$, alors $AM_2 = \frac{2}{3} AB$
- $M_1M_2 = AM_2 - AM_1 = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) AB = \frac{1}{3} AB$ et $M_2B = AB - AM_2 = \left(1 - \frac{2}{3}\right) AB = \frac{1}{3} AB$
- $AM_1 = M_1M_2 = M_2B = \frac{1}{3} AB$. Donc le segment $[AB]$ a été effectivement divisé en trois segments de même longueur. Par conséquent, la méthode est correcte.

l'évalue mes acquis

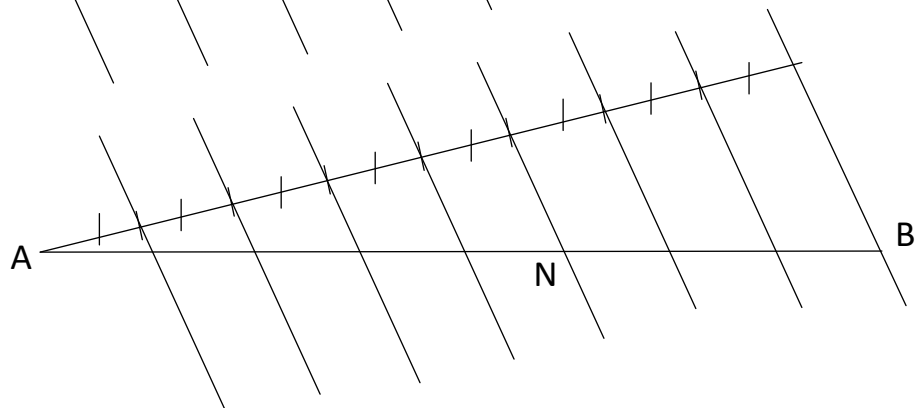
1)



2)



3)



Je m'exerce

I- Exercices de fixation / Application

Exercice 1

« Les droites (IL) et (JL) sont sécantes en L ; les droites (MN) et (IJ) sont parallèles, d'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{LM}{LI} = \frac{LN}{LJ} = \frac{MN}{IJ}$ »

Exercice 2

Dans le triangle AEC, $B \in (AC)$, $D \in (AE)$ et $(CE) \parallel (BD)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$

Exercice 3

a) AMN est un triangle. $R \in (AN)$, $S \in (AM)$. Si $(RS) \parallel (MN)$ alors $\frac{AR}{AN} = \frac{AS}{AM}$

$$AR = \frac{AS \times AN}{AM} = \frac{4 \times 9}{15} = 2,4$$

b) AMN est un triangle. $R \in (AN)$, $S \in (AM)$. Si $(RS) \parallel (MN)$ alors $\frac{AR}{AN} = \frac{AS}{AM}$

$$AR = \frac{AS \times AN}{AM} = \frac{3 \times 6}{8} = 2,25$$

Exercice 4

$(MS) \parallel (RT)$.

$$\text{On a : } \frac{OM}{OT} = \frac{6,4}{8} = 0,8 \text{ et } \frac{OS}{OR} = \frac{5,6}{7} = 0,8 \text{ donc } \frac{OM}{OT} = \frac{OS}{OR}$$

ORT est un triangle. $M \in (OT)$, $S \in (OR)$ tels que la position de M par rapport à O et T est la même que celle de S par rapport O et R. De plus $\frac{OM}{OT} = \frac{OS}{OR}$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(MS) \parallel (RT)$.

Exercice 5

$$2EG = 3EP \text{ donc } \frac{EG}{EP} = \frac{3}{2}; \quad ER = \frac{3}{2}EK \text{ donc } \frac{ER}{EK} = \frac{3}{2}. \text{ Par conséquent } \frac{EG}{EP} = \frac{ER}{EK}.$$

Dans le triangle EGR, $P \in [EG]$ et $K \in [ER]$. De plus $\frac{EG}{EP} = \frac{ER}{EK}$ donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(GR) \parallel (PK)$.

Exercice 6

$$\frac{JA}{JE} = \frac{2,3}{5} = 0,46; \quad \frac{JK}{JL} = \frac{2,7}{6} = 0,45 \text{ donc } \frac{JA}{JE} \neq \frac{JK}{JL}.$$

JLE est un triangle. $A \in (JE)$, $K \in (JL)$ tels que la position de A par rapport à J et E est la même que celle de K par rapport J et L. Si $\frac{JA}{JE} = \frac{JK}{JL}$ alors on dirait que d'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(AK) \parallel (EL)$. Or on a vérifié que $\frac{JA}{JE} \neq \frac{JK}{JL}$, par conséquent (AK) et (EL) sont sécantes.

Exercice 7

1) Faux ; 2) Vrai

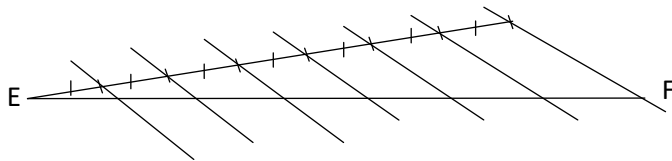
Exercice 8

$$1) \frac{x}{x+5} = \frac{13}{20} ; 20x = 13x + 65 ; 7x = 65 ; x = \frac{65}{7}$$

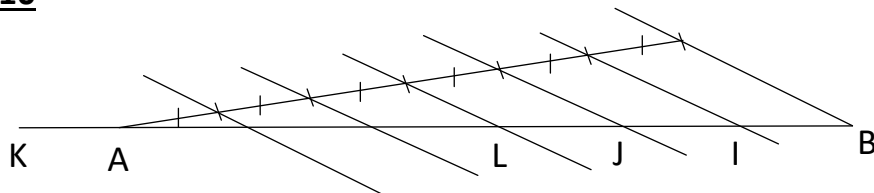
$$\frac{13}{20} = \frac{11}{y} ; y = \frac{220}{13}$$

$$2) \frac{b}{5} = \frac{2}{3} ; b = \frac{10}{3} \text{ et } \frac{2}{3} = \frac{a}{4} ; a = \frac{8}{3}$$

Exercice 9



Exercice 10



Exercice 11

- a) Dans le triangle MRS, $P \in (MR)$, $N \in (MS)$ et $(NP) \parallel (SR)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{MS}{MN} = \frac{MR}{MP}$ donc $MN = \frac{MS \times MP}{MR} = \frac{3 \times 2}{2,4} = 2,5$.
- b) Dans le triangle CDS, $A \in (SD)$, $B \in (SC)$ et $(CD) \parallel (AB)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{BS}{SC} = \frac{AS}{SD}$ donc $BS = \frac{AS \times SC}{SD} = \frac{0,8 \times 1,5}{1,2} = 1$.

Exercice 12

- Dans le triangle DEF, $C \in (FD)$, $O \in (DE)$ et $(OC) \parallel (EF)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{DC}{DF} = \frac{DO}{DE}$ donc $DC = \frac{DO \times DF}{DE} = \frac{6 \times 12}{4,8} = 15\text{m}$.
- $AC = 2 \times OC = 2 \times \sqrt{DC^2 - DO^2} = 2 \times \sqrt{15^2 - 6^2} \cong 27,4\text{m}$.

Exercice 13

a) On a : $\frac{CE}{CB} = \frac{2,6}{3,9} = \frac{2}{3}$ et $\frac{CD}{CA} = \frac{2}{3}$ donc $\frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA}$

Dans le triangle ABC, $E \in (BC)$, $D \in (AC)$ tels que la position de E par rapport à B et C est la même que celle de D par rapport A et C. De plus $\frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA}$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(AB) \parallel (DE)$.

b) On a : $\frac{FB}{FE} = \frac{3}{3,75} = 0,8$ et $\frac{FA}{FD} = \frac{4}{5} = 0,8$ donc $\frac{FB}{FE} = \frac{FA}{FD}$

Dans le triangle ABF, $E \in (BF)$, $D \in (AF)$ tels que la position de E par rapport à B et F est la même que celle de D par rapport A et F. De plus $\frac{FB}{FE} = \frac{FA}{FD}$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(AB) \parallel (DE)$.

Exercice 14

On a : $\frac{RS}{RV} = \frac{3}{4}$ et $\frac{RT}{RP} = \frac{4,5}{6} = \frac{3}{4}$ donc $\frac{RS}{RV} = \frac{RT}{RP}$

Dans le triangle RST, $Q \in (RS)$, $P \in (RT)$ tels que la position de Q par rapport à R et S est la même que celle de P par rapport R et T. De plus $\frac{RS}{RV} = \frac{RT}{RP}$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(PV) \parallel (ST)$.

II- Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 15

1) a) Dans le triangle AEF, $B \in (AE)$, $C \in (AF)$ et $(EF) \parallel (BC)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ (1).

b) Dans le triangle AGF, $H \in (AG)$, $C \in (AF)$ et $(FG) \parallel (CH)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{AG}{AH} = \frac{AF}{AC}$ (2).

(1) et (2) montrent que $\frac{AG}{AH} = \frac{AE}{AB}$.

2) Dans le triangle AEG, $B \in [AE]$, $H \in [AG]$ et $\frac{AG}{AH} = \frac{AE}{AB}$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès, $(BH) \parallel (EG)$.

Exercice 16

1) a) Dans le triangle ABO, $E \in (BO)$, $M \in (OA)$ et $(ME) \parallel (AB)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{OE}{OB} = \frac{OM}{OA}$ (1).

b) Dans le triangle ACO, $M \in (OA)$, $F \in (OC)$ et $(MF) \parallel (AC)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{OM}{OA} = \frac{OF}{OC}$ (2).

(1) et (2) montrent que $\frac{OE}{OB} = \frac{OF}{OC}$.

2) On a : $\frac{OE}{OB} = \frac{OF}{OC}$ et $OB = OC$ car O est le milieu de [BC]. Donc $OE = OF$. Puisque O, E et F sont alignés, on conclut que O est le milieu de [EF].

Exercice 17

- Dans le triangle OCD, $G \in (OD)$, $F \in (OC)$ et $(FG) \parallel (CD)$. D'après la propriété de Thalès,
on a : $\frac{OF}{OC} = \frac{OG}{OD}$.
- Dans le triangle OCB, $E \in (OB)$, $F \in (OC)$ et $(FE) \parallel (CB)$. D'après la propriété de Thalès,
on a : $\frac{OF}{OC} = \frac{OE}{OB}$.
 $\frac{OF}{OC} = \frac{OG}{OD}$ et $\frac{OF}{OC} = \frac{OE}{OB}$ donc $\frac{OG}{OD} = \frac{OE}{OB}$ **(1)**
- Dans le triangle OAB, $E \in (OB)$, $D \in (OA)$ et $(DE) \parallel (AB)$. D'après la propriété de Thalès,
on a : $\frac{OD}{OA} = \frac{OE}{OB}$ **(2)**
(1) et (2) montrent que $\frac{OG}{OD} = \frac{OD}{OA}$ c'est-à-dire que $OD^2 = OG \times OA$.

Exercice 18

- Sur le segment [SD], $DS = DA + AS = DA + 2,5$
- Dans le triangle SBD, $A \in (SD)$, $F \in (BD)$ et $(BS) \parallel (AF)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{DA}{DS} = \frac{AF}{SB}$.
 $DA = \frac{AF \times DS}{SB} = \frac{AF \times (DA + 2,5)}{SB}$; $DA \times SB = DA \times AF + 2,5 \times AF$; $DA(SB - AF) = 2,5 \times AF$; $DA = \frac{2,5 \times AF}{SB - AF}$; $DA = 0,018$.
- Dans le triangle SAH, $D \in (SA)$, $C \in (AH)$ et $(HS) \parallel (CD)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{DA}{DS} = \frac{CA}{CH} = \frac{CD}{SH}$.
 $\frac{DA}{DA + 2,5} = \frac{CD}{SH}$; $CD = \frac{DA \times SH}{DA + 2,5}$; $CD = 0,011$

III- Situations d'évaluation

Exercice 19

- On prendra 1 cm sur le dessin pour 10 m en réalité.
- $MN + ND + DM = 210$ donc $MN = 210 - (ND + DM)$
 $= 210 - 122,5$
 $MN = 87,5$
- Dans le triangle ACD, $M \in (AD)$, $N \in (CD)$ et $(MN) \parallel (AC)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{DM}{DA} = \frac{MN}{AC}$.
 $AC = \frac{MN \times DA}{DM} = 100$
- $M = 875(10 + 100 + 60 + 80) = 393.750$. Le montant est 393.750 FCFA.

Leçon 3 : RACINES CARREES

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Le texte parle de la causerie des élèves d'un lycée qui discutent des problèmes scolaires..*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Les acteurs sont : Emmanuel, ses camarades de classe et leur professeur de mathématiques.*
- Où se déroule l'évènement ? *L'évènement se déroule dans la cour d'un lycée.*
- A quel moment se déroule l'évènement (éventuellement) ? *L'évènement se déroule pendant la récréation.*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? *Le problème qui se pose est : Déterminer un nombre qui, augmenté de 1, est égal à son carré.*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *Les camarades de classe d'Emmanuel ont du mal à déterminer ce nombre*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? *Les élèves décident de solliciter l'aide de leur professeur de mathématiques qui s'engage à leur enseigner les racines carrées afin de leur permettre d'identifier ses propriétés pour faire des calculs.*

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

Tout comme le professeur de mathématiques évoqué dans l'énoncé de la situation, je m'engage à vous enseigner les racines carrées afin de vous permettre d'identifier ses propriétés pour faire des calculs : RACINES CARRÉES

ACTIVITES DE DECOUVERTE

Activité 1

a) : 3 ; b) : 0 ; c) n'existe pas.

d) Les élèves peuvent ne pas trouver ce nombre. C'est un nouveau nombre : $\sqrt{2}$

J'évalue mes acquis

1)

- 25 est le carré de 5
- 1,2 est la racine carrée de 1,44

2)

- $\sqrt{9}$ est le nombre positif dont le carré est égal à 9
- 144 est le nombre positif dont la racine carrée est égale à 12.

Activité 2

1) $\sqrt{2}$; π ; $\sqrt{18}$; $\sqrt{3}$

2) À faire

J'évalue es acquis

$0 \in \mathbb{N}$	$-2 \in \mathbb{Z}$	$3,14 \in \mathbb{Q}$	$\frac{10}{3} \notin \mathbb{D}$	$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$
$\frac{10}{3} \in \mathbb{Q}$	$\pi \notin \mathbb{Q}$	$\pi \in \mathbb{R}$	$\frac{10}{3} \in \mathbb{R}$	$\sqrt{4} \in \mathbb{Q}$

Activité 3

OA = 4 ; OB = $\frac{4}{3}$; OC = $\frac{5}{2}$; OD = 4

J'évalue es acquis

$ -24 = 24$	$ 80 = 80$	$ \pi = \pi$	$ \sqrt{3} = \sqrt{3}$	$ 0 = 0$
$ 10^{-3} = 10^{-3}$	$ \frac{7}{3} = \frac{7}{3}$	$ 1 + \sqrt{2} = 1 + \sqrt{2}$	$ -1 - \sqrt{2} = 1 + \sqrt{2}$	$ \pi - 5 = 5 - \pi$

Activité 4

1)

a	-12	-4	0	3	0,25
a ²	144	16	0	9	0,0625
$\sqrt{a^2}$	12	4	0	3	0,25
a	12	4	0	3	0,25

2) Dans chaque colonne, les résultats obtenus sur les deux dernières lignes sont égaux.

J'évalue mes acquis

$$\sqrt{(-9)^2} = |-9| = 9 ; \quad \sqrt{(-23)^2} = |-23| = 23 ; \quad \sqrt{(2 + \pi)^2} = 2 + \pi ;$$

$$\sqrt{(1 - \pi)^2} = |1 - \pi| = \pi - 1$$

Activité 5

Tableau 1 : Au départ
Quotient

Tableau 2 : Somme

Tableau 1 : Produit

Tableau 1 :

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	a+b	$\sqrt{a+b}$	$\sqrt{a}+\sqrt{b}$	axb	$\sqrt{axb}$	$\sqrt{a}\times\sqrt{b}$	$\frac{a}{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
16	9	4	3	25	5	7	144	12	12	$\frac{16}{9}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$
144	25	12	5	169	13	17	3600	60	60	$\frac{144}{25}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{12}{5}$
441	400	21	20	841	29	41	176400	420	420	$\frac{441}{400}$	$\frac{21}{20}$	$\frac{21}{20}$

J'évalue mes acquis

1)

$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$	$\sqrt{2,5} \times \sqrt{4} = \sqrt{10}$	$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{4}} = \sqrt{7}$
$\sqrt{25 - 2} \neq 5 - \sqrt{2}$	$\sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$	$\sqrt{\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

2) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$; $\sqrt{4} \times \sqrt{12,25} = 7$; $\sqrt{10^3} \times \sqrt{10^{-3}} = 1$

3) $\sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$; $\sqrt{7 \times 21} = 7\sqrt{3}$; $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$; $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$; $\sqrt{600} = 10\sqrt{6}$

4) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$; $-\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$; $5\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$; $6\sqrt{7} - 10\sqrt{7} + 9\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$

Activité 6

a) $\sqrt{a^{2n}} = \sqrt{(a^n)^2}$ donc $\sqrt{a^{2n}} = a^n$; $\sqrt{a^{2n+1}} = \sqrt{a^{2n} \times a} = \sqrt{a^{2n}} \times \sqrt{a}$ donc $\sqrt{a^{2n+1}} = a^n \times \sqrt{a}$

b) $\sqrt{3^{24}} = 3^{12}$; $\sqrt{10^{15}} = \sqrt{10^{2 \times 7 + 1}} = 10^7 \times \sqrt{10}$

J'évalue mes acquis

$$\sqrt{5^4} = 5^2; \sqrt{11^5} = 11^2 \times \sqrt{11}; \sqrt{2^6} = 2^3; \sqrt{10^{2020}} = 10^{1010}; \sqrt{2^{13} \times 3^6} = 2^6 \times \sqrt{2} \times 3^3$$

Activité 7

$$1) \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1 \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

$$2) a) (\sqrt{a} + \sqrt{b})(-\sqrt{a} - \sqrt{b}) = -a - \sqrt{ab} - \sqrt{ab} - b = -a - 2\sqrt{ab} - b$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - \sqrt{ab} + \sqrt{ab} - b = a - b$$

$$b) (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

$$c) \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{1 \times (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

J'évalue mes acquis

$$1) \frac{-4}{\sqrt{8}} = \frac{-4\sqrt{8}}{8} = \frac{-\sqrt{8}}{2}; \quad \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3} = \frac{3 + \sqrt{6}}{3}$$

$$2) \frac{4}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{5 - 2} = \frac{4(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{3}; \quad \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - 3} = \frac{\sqrt{2}(2\sqrt{2} + 3)}{8 - 9} = -4 - 3\sqrt{2}$$

Je m'exerce

Exercices de fixation/Application

Exercice 1

- a) $\sqrt{1600} = 40$ car 40 est positif et $(40)^2 = 1600$
 b) $\sqrt{5^2} = 5$ car 5 est positif
 c) $\sqrt{0,64} = 0,8$ car 0,8 est positif et $(0,8)^2 = 0,64$
 d) $\sqrt{23^2} = 23$ car 23 est positif.

Exercice 2

b et f

Exercice 3

- a) $\sqrt{81} = 9$; $\sqrt{144} = 12$; $\sqrt{11^2} = 11$;
 b) $\sqrt{7^2} = 7$; $\sqrt{25^2} = 25$; $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{(10^3)^2} = 10^3$

Exercice 4

	$\frac{1}{4}$	-8	5	$\frac{2}{3}$	-0,9	$\sqrt{7}$	3,14	π	$\frac{22}{7}$
N			5						
Z		-8	5						
ID	$\frac{1}{4}$	-8	5		-0,9		3,14		
Q	$\frac{1}{4}$	-8	5	$\frac{2}{3}$	-0,9		3,14		$\frac{22}{7}$
R	$\frac{1}{4}$	-8	5	$\frac{2}{3}$	-0,9	$\sqrt{7}$	3,14	π	$\frac{22}{7}$

Exercice 5

$$|-3| = 3 ; |0| = 0 ; |\sqrt{2}| = \sqrt{2} ; \left| \frac{-3}{4} \right| = \frac{3}{4} ; |1 + \sqrt{2}| = 1 + \sqrt{2} ; |1 - \pi| = \pi - 1$$

Exercice 6

1.V ; 2.F ; 3.F ; 4.V ; 5.F

Exercice 7

- a) $A = 4 - \pi$; $B = 5 - \pi$. b) $\sqrt{(3 + t^2)^2} = 3 + t^2$ ($t \in \mathbb{R}$) car $3 + t^2$ est positif.

Exercice 8

- a) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$; $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
 b) $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$; $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
 c) $\sqrt{300} = 10\sqrt{3}$; $\sqrt{100} = 10$
 d) $\sqrt{7500} = 50\sqrt{3}$; $\sqrt{162} = 9\sqrt{2}$
 e) $\sqrt{500} = 10\sqrt{5}$; $3\sqrt{24} = 6\sqrt{6}$

Exercice 9

- a) $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = 4$; b) 15 ; c) 0,06 ; d) 50 ; e) $3\sqrt{2}$; f) 99

Exercice 10

a) $\frac{4}{15}$; b) $\frac{25}{0,3}$; c) $\frac{0,8}{9}$

Exercice 11

a) 3 ; b) $\frac{5}{4}$; c) $\frac{2}{3}$

Exercice 12

1) $-2\sqrt{3}$; 2) $3\sqrt{11}$; 3) $-11\sqrt{7}$

Exercice 13

$8\sqrt{3}$

Exercice 14

1) $10 - 3\sqrt{5}$; 2) $-36 - 20\sqrt{5}$; 3) $192 + 73\sqrt{10}$

Exercice 15

$E = -29 + 26\sqrt{2}$; $F = 38 + 20\sqrt{3}$; $G = 86 + 8\sqrt{30}$; $H = 31 - 4\sqrt{21}$; $I = -84 + \sqrt{0}$

Exercice 16

a) $3 + \sqrt{5}$; b) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$; c) $-10 - 4\sqrt{6}$; d) $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{22}}{11}$

Exercice 17

$X = -2 - \sqrt{6}$; $Y = -1 + 3\sqrt{6}$

Exercice 18

$A = 10 + 5\sqrt{6}$; $B = 5 - 2\sqrt{6}$; $C = \frac{-4+\sqrt{2}+\sqrt{8}}{2}$; $D = \frac{30+5\sqrt{3}}{11}$; $E = 1 + 3\sqrt{2}$

Exercice de renforcement / approfondissement**Exercice 19**

$(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$

Exercice 20

a) $\sqrt{12}$; $\sqrt{275}$; $\sqrt{63}$; b) $\sqrt{108}$; $\sqrt{45}$; $\sqrt{44}$

Exercice 21

1) $(1 - \sqrt{2})^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$

2) $A = x^2 - (1 - \sqrt{2})^2 = (x + 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

Exercice 22 $C = 4\sqrt{\sqrt{3}}$ **Exercice 23**

$AB = 5\sqrt{2}$; $AC = 16\sqrt{2}$ et $BC = 21\sqrt{2}$. Donc $BC = BA + AC$. Par conséquent les points A, B et C sont alignés.

Exercice 24

a) $\sqrt{3}$; b) $\frac{-16+2\sqrt{15}}{-11}$; c) $15 - 2\sqrt{5}$

Exercice 25

- 1) $L = \frac{1}{4}$; 2) $L = 5$. Ce dernier résultat était prévisible car les données montrent que ABC est rectangle en A et donc que $L = \frac{a}{2}$.

Exercice 26

a) $R = 0,9$; b) $R = 8$

Exercice 27

$l = 12$ et $L = 36$

Situations d'évaluation

Exercice 28

- 1) $C = 60\sqrt{2}$;
 2) $P = 4xC = 240\sqrt{2}$
 3) Le prix d'achat du grillage : 118776 francs. Le planteur a suffisamment d'argent pour acheter le grillage nécessaire car $120\,000 > 118\,776$.

Exercice 29

1) $A = \sqrt{\frac{p}{2} \left(\frac{p-2a}{2}\right) \left(\frac{p-2b}{2}\right) \left(\frac{p-2c}{2}\right)} = \sqrt{\frac{p(p-2a)(p-2b)(p-2c)}{2^4}} = \frac{1}{4} \sqrt{p(p-2a)(p-2b)(p-2c)}$

2) a) $A = \frac{9}{4}\sqrt{3} \text{ cm}^2$; b) $A = 3\sqrt{119} \text{ cm}^2$

Leçon 4 : TRIANGLE RECTANGLE

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Le texte parle d'un géomètre topographe et de ses stagiaires qui sont chargés de déterminer la hauteur d'un immeuble l'aide d'un théodolite électronique bien équipé.*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Les acteurs sont : le géomètre topographe et ses stagiaires*
- Où se déroule l'évènement ? *Le texte est muet sur cette question*
- A quel moment se déroule l'évènement (éventuellement) *Le texte est muet sur cette question*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? *Le problème posé est : Déterminer par le calcul la hauteur de l'immeuble*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *les stagiaires ne se souviennent plus des propriétés de Pythagore, des définitions du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu.*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? *les stagiaires décident de réviser la leçon relative à ces propriétés et définitions*

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

Les propriétés de Pythagore, les notions de sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu sont l'objet de la leçon que nous allons découvrir aujourd'hui : TRIANGLE RECTANGLE.

I- ACTIVITES DE DECOUVERTE

1- Connaître la propriété de Pythagore

Activité 1

1) Cas 1 : $EF^2 + EG^2 = 9 + 16 = 25 = FG^2$

Cas 2 : $EF^2 + EG^2 = 144 + 256 = 400 = FG^2$

Cas 3 : $EF^2 + EG^2 = 36 + 64 = 100 = FG^2$

Cas 4 : $EF^2 + EG^2 = 225 + 400 = 625 =$

2) EFG tant un triangle rectangle en E, on : $EF^2 + EG^2 = FG^2$

3) a)

- Cas 1 : $A_1 = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ou $A_1 = c^2 + 4 \times \frac{ab}{2} = c^2 + 2ab$

- Cas 2 : $A_2 = c^2$ ou $A_2 = 4 \times \frac{ab}{2} + (b-a)^2 = 2ab + b^2 - 2ab + a^2 = a^2 + b^2$

a) Pour le cas 1, on a : $c^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2$ donc $c^2 = a^2 + b^2$

Pour le cas 2, on a : $c^2 = a^2 + b^2$

J'évalue mes acquis

Figure 1 : Si ERT est un triangle rectangle en R, alors $ET^2 = ER^2 + RT^2$

Figure 2 : Si TAS est un triangle rectangle en A, alors $TS^2 = TA^2 + AS^2$

Figure 3 : Si BUS est un triangle rectangle en U, alors $BS^2 = BU^2 + US^2$

2- Connaître la réciproque de la propriété de Pythagore

Activité 2

1) $AB^2 + BC^2 = 64 + 36 = 100$ et $AC^2 = 100$. Donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

2) A l'aide de l'équerre on peut vérifier aisément sur la figure que Le triangle ABC est rectangle en B.

J'évalue mes acquis

1) LMP est rectangle en M.

2) LMP est rectangle en P.

3) LMP est rectangle en L.

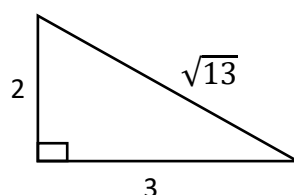
3- Construire un segment de longueur $\sqrt{a}$, $a > 0$.

Activité 3

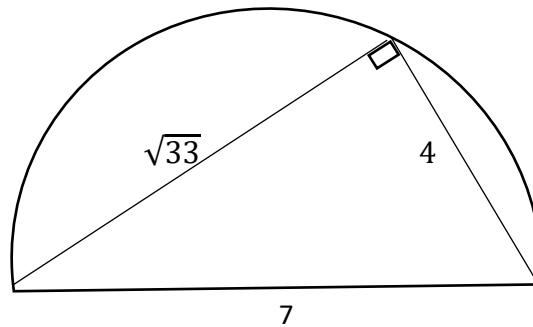
1) ABC est un triangle rectangle en A. D'après la propriété de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2$. Donc $BC = \sqrt{2}$.



2) $(\sqrt{13})^2 = 3^2 + 2^2$. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le segment de longueur $\sqrt{13}$ cm est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 2cm.

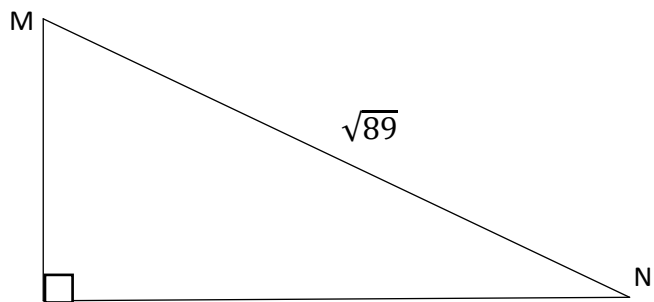


- 3) $(\sqrt{33})^2 + 4^2 = 7^2$. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le segment de longueur $\sqrt{33}$ cm est l'un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 7cm et l'autre côté de l'angle droit mesure 4cm

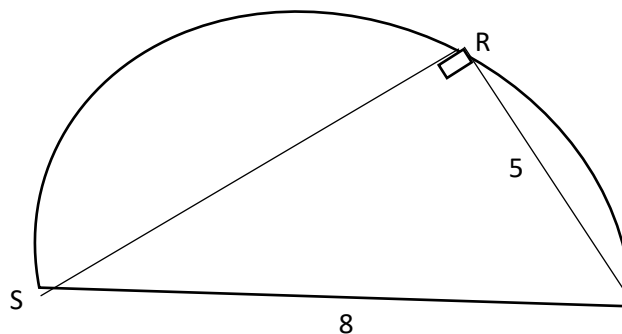


J'évalue mes acquis

- a) $(\sqrt{89})^2 = 5^2 + 8^2$. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le segment [MN] de longueur $\sqrt{89}$ cm est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 5 cm et 8cm.



- b) $(\sqrt{39})^2 + 5^2 = 8^2$. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le segment [RS] de longueur $\sqrt{39}$ cm est l'un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 8cm et l'autre côté de l'angle droit mesure 5cm.



4- Connaître la propriété métrique déduite de l'aire

Activité 4

- a) $A = \frac{AB \times AC}{2}$ ou $A = \frac{BC \times AH}{2}$; b) On a : $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{BC \times AH}{2}$ soit $AB \times AC = BC \times AH$

J'évalue mes acquis

EFG est un triangle rectangle en E dont [EH] est la hauteur issue de E. On $EF \times EG = EH \times FG$.

5- Identifier : le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu

Activité 5

a) [PN] ; b) [PM] ; c) [PN] ; d) [MN].

J'évalue mes acquis

a) [RC]

b)

	Côté adjacent	Côté opposé
$\widehat{OCR}$	[OC]	[OR]
$\widehat{ORC}$	[OR]	[OC]

Activité 6

1) [BC] est l'hypoténuse, [BA] est le côté opposé et [CA] est côté adjacent.

2) a)

Ligne 1	$\frac{CH}{BH} = 0,5$	$\frac{EG}{BG} = 0,5$	$\frac{AF}{BF} = 0,5$
Ligne 2	$\frac{BC}{BH} = 0,9$	$\frac{BE}{BG} = 0,9$	$\frac{BA}{BF} = 0,9$
Ligne 3	$\frac{CH}{BC} = 0,6$	$\frac{EG}{BE} = 0,6$	$\frac{AF}{BA} = 0,6$

b) Sur chaque ligne les résultats sont identiques

c)

- Dans le triangle BEG, H ∈ [BG], C ∈ [BE] et (CH) // (EG). D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on : $\frac{BH}{BG} = \frac{BC}{BE} = \frac{CH}{EG}$.
 $\frac{BH}{BG} = \frac{CH}{EG}$ équivaut à BH x EG = BG x CH. En multipliant chaque membre de cette égalité par $\frac{1}{BG \times BH}$ on obtient : $\frac{1}{BG \times BH} \times BH \times EG = \frac{1}{BG \times BH} \times BG \times CH$ soit $\frac{EG}{BG} = \frac{CH}{BH}$ **(1)**
- Dans le triangle BAF, E ∈ [BA], G ∈ [BF] et (EG) // (AF). D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on : $\frac{BG}{BF} = \frac{BE}{BA} = \frac{EG}{AF}$.
 $\frac{BG}{BF} = \frac{EG}{AF}$ équivaut à BG x AF = BF x EG. En multipliant chaque membre de cette égalité par $\frac{1}{BG \times BF}$ on obtient : $\frac{1}{BG \times BF} \times BG \times AF = \frac{1}{BG \times BF} \times BF \times EG$ soit $\frac{AF}{BF} = \frac{EG}{BG}$ **(2)**
- Les égalités de rapports **(1)** et **(2)** montrent que $\frac{CH}{BH} = \frac{EG}{BG} = \frac{AF}{BF}$

d)

- Dans le triangle BEG, H ∈ [BG], C ∈ [BE] et (CH) // (EG). D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on : $\frac{BH}{BG} = \frac{BC}{BE} = \frac{CH}{EG}$.
 $\frac{BH}{BG} = \frac{BC}{BE}$ équivaut à BH x BE = BG x BC. En multipliant chaque membre de cette égalité par $\frac{1}{BG \times BH}$ on obtient : $\frac{1}{BG \times BH} \times BH \times BE = \frac{1}{BG \times BH} \times BG \times BC$ soit $\frac{BE}{BG} = \frac{BC}{BH}$ **(3)**
- Dans le triangle BAF, E ∈ [BA], G ∈ [BF] et (EG) // (AF). D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on : $\frac{BG}{BF} = \frac{BE}{BA} = \frac{EG}{AF}$.

- $\frac{BG}{BF} = \frac{BE}{BA}$ équivaut à $BG \times BA = BF \times BE$. En multipliant chaque membre de cette égalité par $\frac{1}{BG \times BF}$ on obtient : $\frac{1}{BG \times BF} \times BG \times BA = \frac{1}{BG \times BF} \times BF \times BE$ soit $\frac{BA}{BF} = \frac{BE}{BG}$ (4)
- Les égalités de rapports (3) et (4) montrent que $\frac{BC}{BH} = \frac{BE}{BG} = \frac{BA}{BF}$

J'évalue mes acquis

- 1) A ; 2) C ; 3) B

6- Connaître la propriété relative à la somme des carrés du cosinus et du sinus

Activité 7

- $\cos \widehat{BOA} = \frac{OA}{OB} = OA$ car $OB = OI = 1$.
- $\sin \widehat{BOA} = \frac{AB}{OB} = AB$ car $OB = OI = 1$.
- $\tan \widehat{BOA} = \frac{AB}{OA} = \frac{\sin \widehat{BOA}}{\cos \widehat{BOA}}$
- $\cos^2 \widehat{BOA} + \sin^2 \widehat{BOA} = OA^2 + AB^2 = OB^2 = 1$ car OBA est un triangle rectangle en A et $OB = 1$.

J'évalue mes acquis

- 3) Vraie

7- Encadrer le sinus ou le cosinus d'un angle aigu

Activité 8

- $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$ et $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$
- L'hypoténuse [BC] est le plus grand côté du triangle ABC rectangle en A.
 - $AB < BC$; $\frac{AB}{BC} < \frac{BC}{BC}$; $\frac{AB}{BC} < 1$ et $AC < BC$; $\frac{AC}{BC} < \frac{BC}{BC}$; $\frac{AC}{BC} < 1$
- $\frac{AB}{BC}$ et $\frac{AC}{BC}$ sont positifs non nuls car les distances AB, BC et AC sont positifs non nuls
- On a : $0 < \frac{AB}{BC} < 1$ et $0 < \frac{AC}{BC} < 1$ soit $0 < \cos \widehat{ABC} < 1$ et $0 < \sin \widehat{ABC} < 1$

J'évalue mes acquis

- a) et d)

8- Connaître la propriété relative au cosinus et au sinus de deux angles complémentaires

Activité 9

- $\text{mes } \widehat{B} + \text{mes } \widehat{C} = 180^\circ$; $\text{mes } \widehat{A} + \text{mes } \widehat{C} = 180^\circ - 90^\circ$; $\text{mes } \widehat{A} + \text{mes } \widehat{C} = 90^\circ$.
- $\cos \widehat{A} = \frac{AB}{AC}$; $\cos \widehat{C} = \frac{BC}{AC}$; $\sin \widehat{A} = \frac{BC}{AC}$; $\sin \widehat{C} = \frac{AB}{AC}$
- $\cos \widehat{A} = \sin \widehat{C}$ et $\cos \widehat{C} = \sin \widehat{A}$

J'évalue mes acquis

- $\cos 20^\circ = \sin 70^\circ$; b) $\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$; c) $\cos 55^\circ = \sin 35^\circ$ d) $\sin 40^\circ = \cos 50^\circ$
- $\sin 70^\circ \cong 0,940$; $\cos 24^\circ \cong 0,914$

9- Utiliser une table ou une calculatrice pour donner la valeur exacte, une valeur approchée ou un encadrement de la mesure d'un angle aigu connaissant son cosinus, son sinus ou sa tangente

Activité 10

- 1) a) Avec la calculatrice
 $\sin 31^\circ \cong 0,52$; $\sin 45^\circ \cong 0,71$; $\sin 88^\circ \cong 1$
 $\cos 31^\circ \cong 0,86$; $\cos 45^\circ \cong 0,71$; $\cos 88^\circ \cong 0,03$
 $\tan 31^\circ \cong 0,60$; $\tan 45^\circ = 1$; $\tan 88^\circ \cong 28,64$
- b) Avec un extrait de la table trigonométrique
 $\sin 31^\circ \cong 0,52$; $\sin 45^\circ \cong 0,71$; $\sin 88^\circ \cong 1$
 $\cos 31^\circ \cong 0,86$; $\cos 45^\circ \cong 0,71$; $\cos 88^\circ \cong 0,03$
 $\tan 31^\circ \cong 0,60$; $\tan 45^\circ = 1$; $\tan 88^\circ \cong 28,64$
- c) Les cosinus et les sinus de chaque angle en a) et en b) sont identiques.
- 2) mes $\hat{A} = 44^\circ$ (repérer la valeur 0,7193 dans la colonne du cosinus et lire la mesure en degré correspondant à cette valeur dans la première colonne du tableau)
mes $\hat{B} = 88^\circ$
mes $\hat{C} = 49^\circ$ (repérer la valeur 1,1504 dans la colonne la tangente et lire la mesure en degré correspondant à cette valeur dans la dernière colonne du tableau)
- 3) On a : $0,5150 < 0,52 < 0,5299$
 C'est à dire $\cos 59^\circ < \cos \hat{D} < \cos 58^\circ$
 Donc $58^\circ < \text{mes } \hat{D} < 59^\circ$

J'évalue mes acquis

$\hat{E}$	3°	30°	44°	45°	60°	85°
$\cos \hat{E}$	0,998	0,8660	0,7193	0,7071	0,5	0,0871
$\sin \hat{E}$	0,0523	0,5	0,6947	0,7071	0,8660	0,9962
$\tan \hat{E}$	0,0524	0,5774	0,9657	1	1,7320	11,43

Je m'exerce

I- Exercices de fixation/Application

Exercice 1

Quotients	Sinus	Cosinus	Tangente
$\frac{DE}{CE}$	$\sin \widehat{DCE}$	$\cos \widehat{DEC}$	
$\frac{DC}{EC}$	$\sin \widehat{DEC}$	$\cos \widehat{DCE}$	
$\frac{DC}{DE}$			$\tan \widehat{DEC}$
$\frac{DE}{DC}$			$\tan \widehat{DCE}$

Exercice 2

3 ; 1 ; 2 et 4

Exercice 3

Dans tout triangle **rectangle**, le carré de la longueur de **l'hypoténuse** est égal à **la somme** des carrés des longueurs des **deux autres** côtés.

Exercice 4

1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5

Exercice 5

Dans l'ordre : **carré** ; **somme** et **rectangle**.

Exercice 6

Fig 1 : ABD est un triangle et C le pied de la hauteur issue de B. Si ABD est rectangle en B alors $AB \times BD = BC \times AD$.

Fig 2 : UBS est un triangle et A le pied de la hauteur issue de U. Si UBS est rectangle en U alors $UB \times US = BS \times AU$.

Fig 3 : EOS est un triangle et R le pied de la hauteur issue de S. Si EOS est rectangle en S alors $SE \times OS = RS \times EO$.

Exercice 7

$$1) \sin^2 \alpha^\circ + \cos^2 \alpha^\circ = 1 ; \quad 2) \sin^2 \beta^\circ + \cos^2 \beta^\circ = 1 ; \quad 3) \underline{1} = \sin^2 \alpha^\circ + \cos^2 \alpha^\circ$$

Exercice 8

La formule 3.

Exercice 9

$$\begin{aligned} 1) \cos \alpha^\circ &= \sin \beta^\circ ; & 2) \cos \beta^\circ &= \sin \alpha^\circ ; & 3) \cos(90^\circ - \alpha^\circ) &= \cos \beta^\circ = \sin \alpha^\circ ; \\ 4) \cos(90^\circ - \beta^\circ) &= \cos \alpha^\circ = \sin \beta^\circ \end{aligned}$$

Exercice 10

$$\begin{aligned} \cos 37^\circ &= \sin 53^\circ ; & \cos 40^\circ &= \sin 50^\circ ; & \cos 45^\circ &= \sin 45^\circ ; & \cos 67^\circ &= \sin 23^\circ \\ \sin 37^\circ &= \cos 53^\circ ; & \sin 73^\circ &= \cos 17^\circ ; & \sin 25^\circ &= \cos 65^\circ ; & \sin 46^\circ &= \cos 44^\circ \end{aligned}$$

Exercice 11

- Le segment [CB] de longueur $\sqrt{5}$

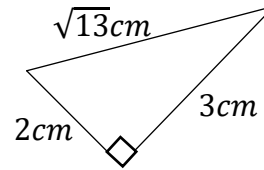
On pose $5 = 9 - 4$ soit $(\sqrt{5})^2 = 3^2 - 2^2$ c'est-à-dire $3^2 = (\sqrt{5})^2 + 2^2$. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le segment de longueur $\sqrt{5}$ est un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 3 et l'autre côté de l'angle droit mesure 2.

Programme de construction :

- trace un demi-cercle de diamètre $AB = 3\text{cm}$;
- place sur ce demi-cercle un point C à 2cm de B ;
- trace le segment [CB]

- Pour les segments de longueur $\sqrt{7}$ et $\sqrt{19}$ on procède de la même façon que précédemment. On utilisera les décompositions suivantes :
 - $7 = 16 - 9$ soit $(\sqrt{7})^2 = 4^2 - 3^2$ c'est-à-dire $4^2 = (\sqrt{7})^2 + 3^2$.
 - $19 = 100 - 81$ soit $(\sqrt{19})^2 = 10^2 - 9^2$ c'est-à-dire $10^2 = (\sqrt{7})^2 + 9^2$.
- Le segment [RT] de longueur $\sqrt{13}$

On pose $13 = 9 + 4$ soit $(\sqrt{13})^2 = 3^2 + 2^2$. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le segment de longueur $\sqrt{13}$ est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 3cm et 2cm.



- Le segment [RT] de longueur $\sqrt{10}$

On procède de la même façon que précédemment. On utilisera la décomposition suivante : $10 = 9 + 1$ soit $(\sqrt{10})^2 = 3^2 + 1^2$.

Exercice 12

Cette réponse n'est pas juste car le sinus d'un angle aigu est positif ou nul.

Exercice 13

$$1,73 < \tan x < 1,74 ; \quad 0,34 < \sin x < 0,35 ; \quad 0,93 < \cos x < 0,94$$

Exercice 14

AB	45	48	35	66	57	48	54	42
AC	24	55	84	88	76	64	72	56
BC	51	73	91	110	95	80	90	70

Exercice 15

Triangle	BEN	BSI	BAC	BJO
x	$\sqrt{34}$	$\sqrt{19,37}$	$\sqrt{68,17}$	$\sqrt{33}$

Exercice 16

$$BP = 2,4\text{cm} ; \quad AS = 5\text{cm} ; \quad PA = 4\text{cm}$$

Exercice 17

$$AC \times BE = 24 ; \quad BE = 4,8\text{cm}.$$

Exercice 18

$$KH = \frac{12\sqrt{7}}{8} = \frac{3\sqrt{7}}{2} \text{ cm}.$$

Exercice 19

$$1) \quad OS = \frac{BS}{\sin 60^\circ} = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} ; \quad 2) \quad OB = \frac{BS}{\tan 60^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Exercice 20

$$1) \quad EU = EA \times \sin 30^\circ = 10 \times 0,5 = 5 ; \quad 2) \quad AU = AE \times \cos 30^\circ = 5\sqrt{3}$$

Exercice 21

$$1) \quad TR = ET \times \sin 72^\circ = 8,7 \times 0,951 = 8,27 ; \quad 2) \quad ER = ET \times \cos 72^\circ = 8,7 \times 0,309 = 2,69$$

Exercice 22

Le numéro 3

Exercice 23

$$PR = \frac{PI}{\cos 57^\circ} = 8,45\text{cm} ; \quad IR = \frac{PI}{\tan 33^\circ} = 7,08\text{cm}$$

Exercice 24

Mesure de l'angle	25°	82°	60°	58°	88°	34°
cosinus	0,9	0,14	0,5	0,53	0,03	0,83

Exercice 25

Mes $\widehat{KIS} = 60^\circ$

Exercice 26

On a : $0,6947 < 0,7 < 0,7071$ c'est-à-dire que $\sin 44^\circ < \sin \widehat{LSA} < \sin 45^\circ$ donc $44^\circ < \text{Mes } \widehat{LSA} < 45^\circ$

Exercice 27

- $IC^2 + IV^2 = 16 + 9 = 25$ et $VC^2 = 25$. On a : $IC^2 + IV^2 = VC^2$ donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle IVC est rectangle en I.
- $IM^2 + IT^2 = 81 + 144 = 225$ et $TM^2 = 225$. On a : $IM^2 + IT^2 = TM^2$ donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle IMT est rectangle en I.

Exercice 28

1-

- Dans le triangle rectangle BAD, $\tan \widehat{BDA} = \frac{5}{3}$ et à l'aide de la calculatrice, on détermine mes $\widehat{BDA} = 59^\circ$.
- Dans le triangle rectangle ABC, $\tan \widehat{ACB} = \frac{5}{6}$ et à l'aide de la calculatrice, on détermine mes $\widehat{ACB} = 40^\circ$.

2- ABC est un triangle rectangle en B. D'après la propriété de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
Donc $AC = \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61}$

Exercice 29

Dans le triangle BUS rectangle en U, $BS^2 = BU^2 + US^2 = 64 + 225 = 289$. Donc $BS = 17\text{cm}$.

Exercice 30

Dans le triangle TER rectangle en E, $TR^2 = TE^2 + ER^2 = 65,61 + 228,01 = 293,62$. Donc $TR = \sqrt{293,62}\text{cm}$.
 $TR \cong 17,14\text{ cm}$.

Exercice 31

- 1) Dans le triangle GFS isocèle en F, mes $\widehat{GFS} = 180^\circ - 2 \times 25^\circ = 130^\circ$.
- 2) mes $\widehat{SFE} = \text{mes } GFE - \text{mes } \widehat{GFS} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$.
- 3) $\tan \widehat{SFE} = \frac{SE}{FS}$; $FS = \frac{SE}{\tan \widehat{SFE}} = \frac{8}{\tan 50^\circ}$; $FS \cong 6,7\text{cm}$.

Exercice 32

Dans le triangle BUT rectangle en U, $BT^2 = BU^2 + UT^2$. Donc $UT^2 = BT^2 - BU^2 = 110,25 - 39,69 = 70,56$
Par conséquent $UT = \sqrt{70,56}$; $UT = 8,4\text{cm}$.

Exercice 33

- 1) Dans le triangle RIS rectangle en I, $SR^2 = SI^2 + IR^2$. Donc $SI^2 = SR^2 - IR^2 = 169 - 144 = 25$.
Par conséquent $SI = 5\text{cm}$.
- 2) Dans le triangle TOC rectangle en O, $TC^2 = TO^2 + OC^2 = 4096 + 2304 = 6400$. Donc $TC = 80\text{cm}$.
- 3) Dans le triangle MER rectangle en E, $MR^2 = ME^2 + ER^2$.
Donc $ME^2 = MR^2 - ER^2 = 7569 - 3600 = 3969$. Par conséquent $ME = \sqrt{3969} = 63\text{cm}$.

Exercice 34

Les diagonales du carré ont la même longueur.

$$D^2 = 2 \times 5^2; D = 5\sqrt{2}$$

Exercice 35

Dans le triangle DAF rectangle en A, $DF^2 = DA^2 + AF^2$.

Donc $DA^2 = DF^2 - AF^2 = 72,25 - 12,96 = 59,29$. Par conséquent $DA = \sqrt{59,29} = 7,7\text{cm}$.

II. Exercices de renforcement/Approfondissement

Exercice 36

- Le triangle DAE est rectangle en A. D'après la propriété de Pythagore, $DE^2 = DA^2 + AE^2$
Donc $AE^2 = DE^2 - DA^2 = 81 - 2 = 56$. Par conséquent $AE = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}\text{ cm}$.
- Dans le triangle DAE, $B \in (AE)$, $C \in (DE)$ et $(DA) \parallel (BC)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{EA}{EB} = \frac{DA}{BC}$. Donc $BC = \frac{DA \times EB}{EA} = \frac{25\sqrt{14}}{28}\text{ cm}$.
- Dans le triangle DAE, $B \in (AE)$, $C \in (DE)$ et $(DA) \parallel (BC)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{ED}{EC} = \frac{EA}{EB}$. Donc $EC = \frac{ED \times EB}{EA} = \frac{45\sqrt{14}}{28}\text{ cm}$.

Exercice 37

α un angle aigu d'un triangle rectangle.

$$1) \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1; \sin^2(\alpha) = 1 - \cos^2(\alpha); \sin(\alpha) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha)} = \sqrt{1 - \frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{33}}{7}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\frac{\sqrt{33}}{7}}{\frac{4}{7}} = \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$2) \cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)} = \sqrt{1 - \frac{9}{64}} = \frac{\sqrt{55}}{8}; \tan(\alpha) = \frac{\sqrt{55}}{3}$$

$$3) \text{ On a } \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = 6. \text{ Donc } \sin(\alpha) = 6 \cos(\alpha)$$

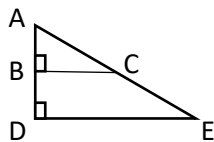
On sait que $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$. On a alors $36\cos^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

Soit $37\cos^2(\alpha) = 1$. Par conséquent $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{37}}{37}$ et $\sin(\alpha) = \frac{6\sqrt{37}}{37}$

Exercice 38

Le triangle ABC est rectangle en	AB	BC	AC
A	15cm	$5\sqrt{34}\text{ cm}$	25cm
B	21cm	28cm	35cm
C	32cm	24cm	$8\sqrt{7}\text{ cm}$

Exercice 39



1)

a) Dans le triangle ADE, $B \in [AD]$, $C \in [AE]$ et $(BC) \parallel (DE)$ car (BC) et (DE) sont perpendiculaires à (AD) . D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ soit $\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$.

b) En faisant le produit des extrêmes et des moyens, on obtient $AC \times DE = AE \times BC$.

$$c) \frac{1}{AC \times AE} \times AC \times DE = \frac{1}{AC \times AE} \times AE \times BC; \frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC}$$

2) On a : $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ c'est-à-dire $AB \times DE = AD \times BC$. En multipliant chaque membre de cette égalité par $\frac{1}{AB \times AD}$ on obtient $\frac{DE}{AD} = \frac{BC}{AB}$

3) a) Dans le triangle ABC rectangle en B,

- $\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC}$ et $\sin \hat{C} = \frac{AB}{AC}$ donc $\cos \hat{A} = \sin \hat{C}$.
- $\frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{BC}{AC} \times \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AB}$ et $\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB}$ donc $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$

$$b) (\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = \frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2} = \frac{AB^2 + BC^2}{AC^2} = \frac{AC^2}{AC^2} = 1 \text{ car } AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Exercice 40

Dans le triangle ABC rectangle en A,

1) a) $\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$ et $\sin \hat{C} = \frac{AB}{AC}$ donc $\frac{\sin \hat{B}}{AC} = \frac{1}{BC}$ et $\frac{\sin \hat{C}}{AB} = \frac{1}{BC}$ par conséquent $\frac{\sin \hat{B}}{AC} = \frac{\sin \hat{C}}{AB}$

$$b) (\tan \hat{B} + \tan \hat{C})^2 = \tan^2 \hat{B} + \tan^2 \hat{C} + 2 \times \tan \hat{B} \times \tan \hat{C} \\ = \tan^2 \hat{B} + \tan^2 \hat{C} + 2 \times \frac{AC}{AB} \times \frac{AB}{AC} \\ = \tan^2 \hat{B} + \tan^2 \hat{C} + 2$$

$$c) \frac{\cos \hat{B} \times \tan \hat{B}}{\sin \hat{B}} = \frac{\cos \hat{B} \times \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}}{\sin \hat{B}} = \frac{\cos \hat{B} \times \sin \hat{B}}{\sin \hat{B} \times \cos \hat{B}} = 1$$

$$2) \cos^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$$

Exercice 41

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 ; \cos^2 x = 1 - \sin^2 x ; \cos^2 x = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \text{ donc } \cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan x = \frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

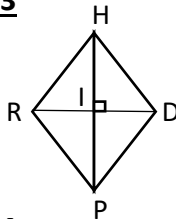
Exercice 42

a) On applique la propriété de Pythagore aux triangles AHC et AHB rectangles en H.

- $AC^2 = AH^2 + HC^2$ donc $AH = \sqrt{AC^2 - HC^2} = \sqrt{441} = 21\text{m}$
- $AB^2 = AH^2 + BH^2$ donc $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{400} = 20\text{m}$

$$b) \mathcal{A} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{48 \times 21}{2} = 504\text{m}^2$$

Exercice 43



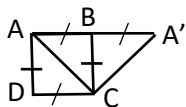
$$HP = 2 \times HI = 2\sqrt{HR^2 - RI^2} = 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}$$

$$HP \cong 8,9 \text{ cm.}$$

Exercice 44

Dans le triangle MPE rectangle en P, $\cos 30^\circ = \frac{MP}{ME}$. Donc $ME = \frac{MP}{\cos 30^\circ} = \frac{1,5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$

Exercice 45



On applique la propriété de Pythagore au triangle CBA' rectangle en B.

$$CA'^2 = BC^2 + BA'^2 = BC^2 + BA^2 \text{ car } BA' = BA \\ = AC^2$$

$$\text{Donc } CA' = AC = 7\text{cm.}$$

Exercice 46

On applique la propriété de Pythagore aux triangles rectangles AED, BEF et CDF :

- Dans le triangle AED, $ED^2 = AE^2 + AD^2 = 16 + 36 = 52$
- Dans le triangle BEF, $EF^2 = EB^2 + BF^2 = 9 + 4 = 13$
- Dans le triangle CDF, $DF^2 = CD^2 + CF^2 = 49 + 16 = 65$.

On remarque que $65 = 52 + 13$ c'est-à-dire que $DF^2 = ED^2 + EF^2$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, FED est rectangle en E.

Exercice 47

- 1) BUS est rectangle en U ou en B (deux cas possible)
 - BUS est rectangle en U, $BS = \sqrt{5^2 + 13^2} = \sqrt{194}$ cm
 - BUS est rectangle en B, $BS = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ cm

Exercice 48

- 1) $MK^2 + KI^2 = 5,76 + 10,24 = 16$ et $MI^2 = 16$. On a $MK^2 + KI^2 = MI^2$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, MKI est rectangle en K.
- 2) Dans le triangle MKI, $\cos \widehat{IMK} = \frac{2,4}{4} = 0,6$ et avec la calculatrice, on a : $\text{mes} \widehat{IMK} \cong 53^\circ$.
- 3) $\tan \widehat{IME} = \frac{IE}{IM} = \tan \widehat{IMK} = \frac{IK}{MK}$
- 4) $IE = \frac{IK \times IM}{MK} = \frac{3,2 \times 4}{2,4} \cong 53\text{mm}$.

III. Situations d'évaluation

Exercice 49

- 1) VER est un triangle.
Si $VR^2 = VE^2 + ER^2$, alors VER est un triangle rectangle en E.
- 2) $\cos \widehat{ERV} = \frac{ER}{VR}$
- 3)
 - Dans le triangle VER rectangle en E, $\tan \widehat{ERV} = \frac{VE}{ER} = \frac{46,5}{100} = 0,465$. Donc $\text{mes} \widehat{ERV} \cong 25^\circ$
 - $\text{mes} \widehat{ERS} = \text{mes} \widehat{ERV} + \text{mes} \widehat{VRS} = 18^\circ + 25^\circ = 43^\circ$
 - $\tan \widehat{ERS} = \frac{SE}{ER}$ donc $SE = ER \times \tan \widehat{ERS} = 100 \times \tan 43^\circ \cong 93\text{m}$
 - La hauteur de la statue $VS = SE - EV = 93 - 46,5 = 46,5\text{m}$.

Exercice 50

- 1)
 - L'aire de la parcelle : $A = \frac{(20+60) \times 40}{2} = 1600\text{m}^2$
 - La masse de gazon nécessaire : $M = \frac{1600}{35} \cong 46\text{kg}$
 - Le nombre de sachets de gazon nécessaire : $\frac{46}{15} \cong 3,07$
Il faut 4 sachets.
- 2) Le périmètre de la parcelle : $P = 20 + 40 + 60 + 40\sqrt{2} = 120 + 40\sqrt{2}$ m
 $120 + 40\sqrt{2} > 117$ donc il ne dispose pas suffisamment de grillage.

CALCULS NUMÉRIQUES 3^{ème}

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Le texte parle de la fête de fin d'année d'un collège.*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Les acteurs sont les 60 élèves de la classe de 3^{ème} 2.*
- Où se déroule l'évènement ? *L'évènement se déroule au collège dans la soirée.*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? Le problème qui se pose est que: Les organisateurs proposent aux élèves des places plein tarif à 2000FCFA et des places à tarif réduit dont le prix est compris entre 1000 FCFA et 1500 FCFA
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? Les élèves bénéficient de 18 tickets à tarif réduit et souhaitent avoir une idée de ce que chacun pourrait payer

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? Les élèves décident d'étudier les calculs numériques afin de satisfaire leurs exigences.

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

La classe s'organise pour faire des recherches afin de situer chaque élève sur le montant à déboursier.

Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers une nouvelle leçon intitulée « **calcul numérique** », des propriétés et règles de calcul qui vous permettront de régler ce genre de problème qui se pose dans la situation d'apprentissage.

Activité 1

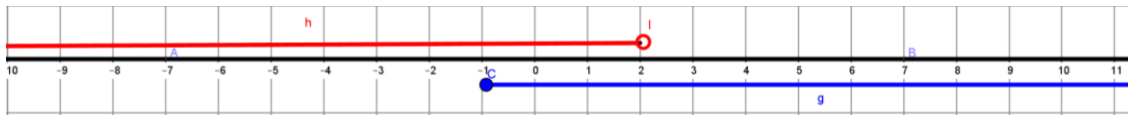
- 1- A rectifier dans le tableau $x \geq -1$ et $-1 \leq x \leq 2$

	Inégalités				
	$x \geq -1$	$x < 2$	$-1 \leq x < 2$	$-1 < x \leq 2$	$-1 \leq x \leq 2$
Nombres	$1,9; \frac{7}{3}; -1;$ $1; 2; \sqrt{2};$ $\frac{9}{4}$	$-5,2; -4; -2,5$ $1,9; -1; 1; -\frac{5}{3}$ $\sqrt{2}$	$1,9; -1; 1;$ $\sqrt{2}$	$1,9; 1;$ $2; \sqrt{2}$	$1,9; -1; 1$ $2; \sqrt{2}$

- 2- Deux autres nombres qui vérifient chacune des inégalités

	Inégalités				
	$x \geq -1$	$x < 2$	$-1 \leq x < 2$	$-1 < x \leq 2$	$-1 \leq x \leq 2$
Nombres	$3; \sqrt{5}$	$1,57; -\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}; 0$	$-\frac{5}{6}; 1,89$	$-0,95; \frac{\sqrt{7}}{6}$

3- a)



b) L'ensemble tracé en bleu : $x \geq -1$

L'ensemble tracé en rouge : $x < 2$

L'ensemble tracé en rouge et en bleu : $-1 \leq x < 2$

J'évalue mes acquis

Les intervalles sont : a) et c)

Activité 2

1-2-



$$1 = x_P = \frac{-3+5}{2} = \frac{x_A + x_B}{2}$$

3- La longueur AB du segment [AB] est égale à 8.

$$\text{On a : } |x_B - x_A| = |5 - (-3)| = 8 = AB$$

J'évalue mes acquis

a) Amplitude $|-8+3| = 5$ et centre $\frac{-8-3}{2} = -5,5$

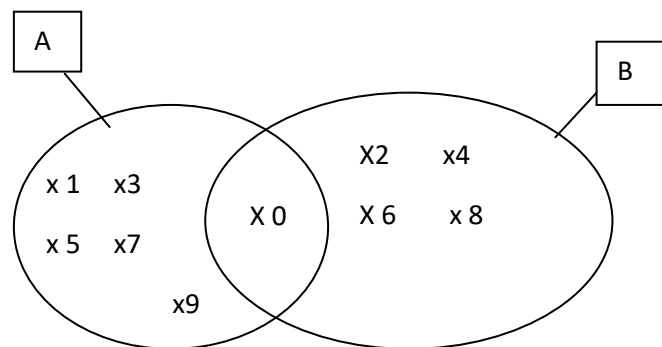
b) Amplitude $|0-4| = 4$ et centre $\frac{0+4}{2} = 2$

c) Amplitude $|-2-7| = 9$ et centre $\frac{-2+5}{2} = 1,5$

d) Amplitude $\left|-\frac{1}{2}-\frac{5}{3}\right| = \frac{13}{6}$ et centre $\frac{-\frac{1}{2}+\frac{5}{3}}{2} = \frac{7}{12}$

Activité 3

a) A changer l'ensemble $A = \{0;1;3;5;7;9\}$



b) L'élément qui appartient à A et à B est 0

c) Les éléments qui appartiennent à A ou à B sont : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 0 ; 2 ; 4 ; 6 et 8

J'évalue mes acquis

a) $\{-2; -1; 0; 1; 2\} \cap \{-3; -2; 0; 1; 3\} = \{0; -2; 1\}$

b) $\{-2; -1; 0; 1; 2\} \cap \left[-2; \frac{5}{2}\right] = \{-1; 0; 1; 2\}$

c) $\{-2; -1; 0; 1; 2\} \cup \{-3; -2; 0; 1; 3\} = \{-2; -1; 0; 1; 2; -3; 3\}$

d) $\{-2; -1; 0; 1; 2\} \cap \left[-2; \frac{5}{2}\right] = \left[-2; \frac{5}{2}\right]$

Activité 4

a)-b)



J'évalue mes acquis

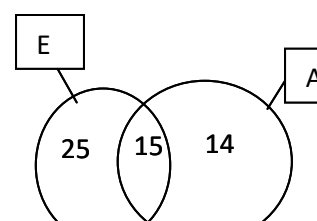


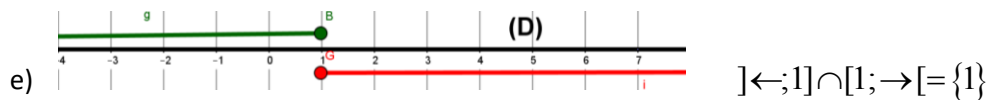
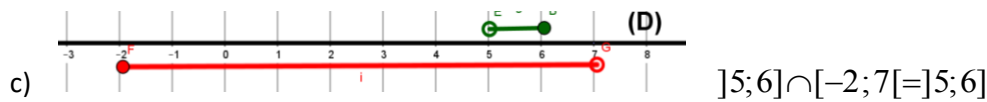
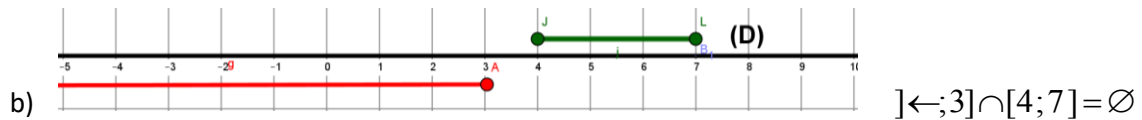
Activité 5

1-

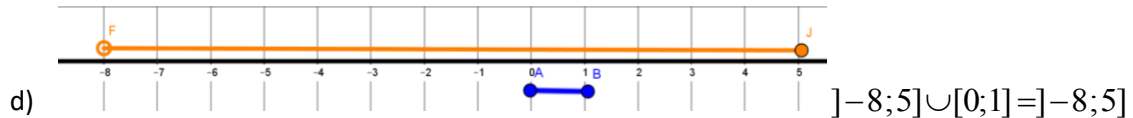
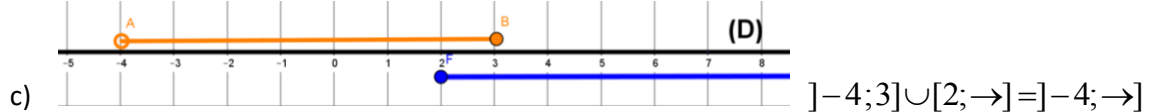
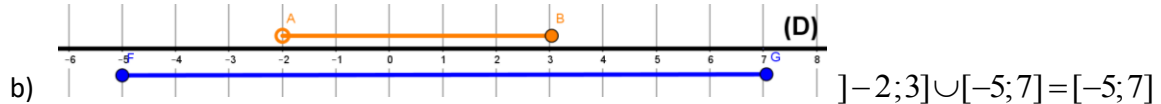
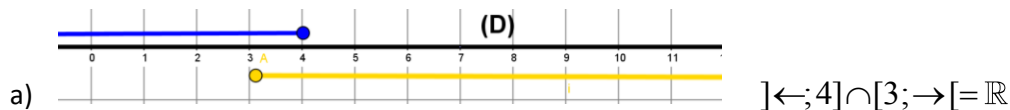


$[0; 2] \cap [1; 5] = [1; 2]$





2-



Activité 6

- 1- Ajouter un même nombre à chaque membre d'une inégalité on obtient une inégalité de même sens : $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$ et $c < d \Leftrightarrow b + c < b + d$
- 2- D'après 1- on a : $a + c < b + c < b + d$ ainsi $a + c < b + d$
Faire la somme membre à membre de deux inégalités de même sens on obtient une inégalité de même sens : Si $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$
- 3- Si $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$

J'évalue mes acquis

A rectifier : a) bon ; b) $\pi - 5 < t + z < 3,2 + \sqrt{2}$

La bonne réponse est : b)

Activité 7

- 1- Pour $0 < x < y$ et $0 < z < t$ on a : $0 \times z < xz < yz$ et $0 \times y < zy < ty$ soit $0 < xz < yz$ et $0 < zy < ty$
- 2- On a : $0 < xz < yz$ et $0 < zy < ty$ soit $xz < zy < ty$ d'où $xz < yt$
- 3- Si $0 < x < y$ et $0 < z < t$ alors $0 < xz < yt$

J'évalue mes acquis

La bonne inégalité est : a)

Activité 8

- 1- $a = \frac{6}{7}$ et $b = \frac{9}{8}$, on a : $\frac{6}{7} < 1 < \frac{9}{8}$ donc $\frac{6}{7} < \frac{9}{8}$ soit $a < b$
- 2- $a - b = -\frac{15}{56} \Leftrightarrow a - b < 0$
- 3- $a - b < 0 \Leftrightarrow a < b$

J'évalue mes acquis

- a) $-\frac{7}{6} + \frac{5}{6} = -\frac{1}{3}$ donc $-\frac{7}{6} < -\frac{5}{6}$;
- b) $6 - 5\sqrt{17} + 2 + 5\sqrt{17} = 8$ donc $6 - 5\sqrt{17} > -2 - 5\sqrt{17}$
- c) $2n^2 + 6n - 2 - n^2 - n + 2 = n^2 + 5n$ donc $2n^2 + 6n - 2 > n^2 + n - 2$

Activité 9

- 1- Les nombres de la liste A : $-25 < -20 < -18 < -10$
Les nombres de la liste B : $5 < 9 < 12 < 20$
- 2- Les carrés des nombres de la liste A : $625 > 400 > 324 > 100$
Les carrés des nombres de la liste B : $25 < 81 < 144 < 400$
- 3- Sur la liste B des nombres positifs.
- 4- a)négatifs..... contraire.....
b)positifs.....sens.....

J'évalue mes acquis

- a) $(\sqrt{29})^2 = 29$ et $(\sqrt{17})^2 = 17$. On a : $17 < 29$ donc $\sqrt{17} < \sqrt{29}$
- b) $(2\sqrt{6})^2 = 24$ et $(6\sqrt{5})^2 = 180$. On a $24 < 180$ donc $2\sqrt{6} < 6\sqrt{5}$
- c) $(-\sqrt{3})^2 = 3$ et $(-2\sqrt{2})^2 = 8$. On a : $3 < 8$ donc $-\sqrt{3} > -2\sqrt{2}$ (des nombres négatifs)
- d) $(-7\sqrt{3})^2 = 147$ et $(-2\sqrt{17})^2 = 68$. On a : $68 < 147$ donc $-2\sqrt{17} > -7\sqrt{3}$

Activité 10

(Le 3) devient 2) :Démontre le résultat obtenu au 1) dans le cas de nombres négatifs

- 1) $3 < 5 < 20$ on a : $\frac{1}{3} > \frac{1}{5} > \frac{1}{20}$
- 2) $-3 > -5 > -20$ on a : $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{5} < -\frac{1}{20}$
- 3) ... signe ...contraire...

J'évalue mes acquis

- a) On a : $\sqrt{7} < 2\sqrt{2}$ donc $\frac{1}{\sqrt{7}} > \frac{1}{2\sqrt{2}}$
- b) On a : $2\sqrt{3} > 2\sqrt{2}$ donc $\frac{1}{2\sqrt{3}} < \frac{1}{2\sqrt{2}}$

Activité 11

- a) $3,141 + 1,414 < \pi + \sqrt{2} < 3,142 + 1,415$ soit $4,55 < \pi + \sqrt{2} < 4,56$
- b) $-3,142 < -\pi < -3,141$ d'où $1,414 - 3,142 < \sqrt{2} - \pi < 1,415 - 3,141$, on a :
 $-1,728 < \sqrt{2} - \pi < -1,726$ donc $-1,73 < \sqrt{2} - \pi < -1,72$
- c) $3,141 \times 1,414 < \pi\sqrt{2} < 3,142 \times 1,415$ soit $4,44 < \pi\sqrt{2} < 4,45$
- d) On a : $\frac{1}{3,142} < \frac{1}{\pi} < \frac{1}{3,141}$ soit $\frac{1,141}{3,142} < \frac{\sqrt{2}}{\pi} < \frac{1,142}{3,141}$ donc $0,36 < \frac{\sqrt{2}}{\pi} < 0,37$

J'évalue mes acquis

Encadrement de :							
$2 < a < 5$	$-b$	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	$a+b$	$a-b$	ab	$\frac{a}{b}$
$1 < b < 4$	$-4 < -b < -1$	$\frac{1}{5} < \frac{1}{a} < \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} < \frac{1}{b} < 1$	$3 < a+b < 9$	$-2 < a-b < 4$	$2 < ab < 20$	$\frac{1}{2} < \frac{a}{b} < 5$

V- JE M'EXERCE

Exercice1

1-c) ; 2-b) ; 3-a) ; 4-c)

Exercice2

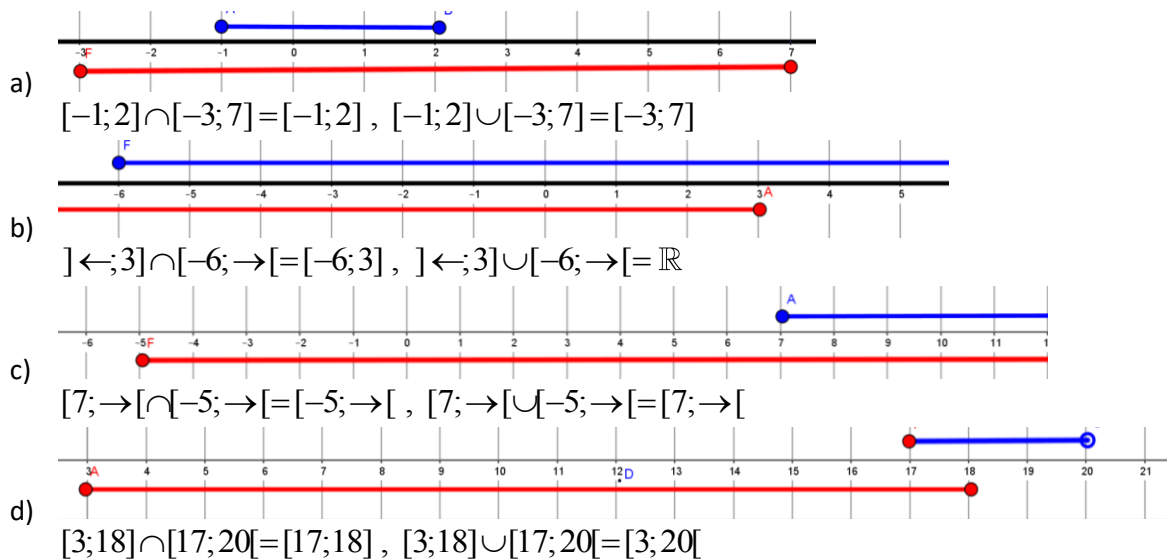
a) Vrai ; b) faux ; c) Vrai

Exercice 3

a) $] \leftarrow ; 1]$, $[-2; 3[$, $] \leftarrow ; 1] \cap [-2; 3[= [-2; 1]$, $] \leftarrow ; 1] \cup [-2; 3[=] \leftarrow ; 3[$

- b) $] -20; 10[$, $[-5; \rightarrow[$, $] -20; 10[\cap [-5; \rightarrow[= [-5; 10[$, $] -20; 10[\cup [-5; \rightarrow[=] -20; \rightarrow[$
c) $]0; \rightarrow[$, $] \leftarrow; 0[$, $]0; \rightarrow[\cap] \leftarrow; 0[= \emptyset$, $]0; \rightarrow[\cup] \leftarrow; 0[= \mathbb{R} \setminus \{0\}$
d) $] \leftarrow; 2]$, $[2; 4]$, $] \leftarrow; 2] \cap [2; 4] = \{2\}$, $] \leftarrow; 2] \cup [2; 4] =] \leftarrow; 4]$

Exercice 4



Exercice 5

.....après avoir comparé leurs différences

- a) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$ soit $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} > 0$ donc $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$
b) $-\frac{5}{4} + \frac{9}{4} = 1$ soit $-\frac{5}{4} + \frac{9}{4} > 0$ donc $-\frac{5}{4} > -\frac{9}{4}$
c) $\frac{\pi}{7} - 2 - \frac{\pi}{9} + 1 = \frac{2\pi}{63} - 1$ et $\frac{2\pi}{63} - 1 < 0$ donc $\frac{\pi}{7} - 2 < \frac{\pi}{9} - 1$

Exercice 6

- a) $A - B = -16x$ soit $A - B < 0$ donc $A < B$
b) $A - B = -5x$ soit $A - B < 0$ donc $A < B$
c) $A - B = -\frac{1}{3(89 + 3x)}$ soit $A - B < 0$ donc $A < B$

Exercice 7

- a) $(7\sqrt{2})^2 = 98$ et $(3\sqrt{11})^2 = 99$ soit $98 < 99$ donc $7\sqrt{2} < 3\sqrt{11}$
b) 49 et $(5\sqrt{2})^2 = 50$ soit $49 < 50$ donc $7 < 5\sqrt{2}$
c) $(-3\sqrt{5})^2 = 45$ et $(-2\sqrt{11})^2 = 44$ soit $45 > 44$ donc $-3\sqrt{5} < -2\sqrt{11}$ (nombres négatifs)
d) $(-6\sqrt{2})^2 = 72$ et $(-5\sqrt{3})^2 = 75$ soit $72 < 75$ donc $-6\sqrt{2} > -5\sqrt{3}$ (nombres négatifs)
e) $(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2 = 12 + 2\sqrt{35}$ et $(2\sqrt{3})^2 = 12$ or $12 + 2\sqrt{35} > 12$ donc $\sqrt{5} + \sqrt{7} > 2\sqrt{3}$

Exercice 8

a) On a : $3,392 < 3,4$ donc $\frac{1}{3,392} > \frac{1}{3,4}$

b) On a : $37,2 < 178,5$ donc $\frac{1}{37,2} > \frac{1}{178,5}$

c) On a : $3\sqrt{5} < 6\sqrt{2}$ donc $\frac{1}{3\sqrt{5}} > \frac{1}{6\sqrt{2}}$

Exercice 9

$$8,385 < \sqrt{29} + 3 < 8,386 ; \quad -9,190 < \sqrt{61} - 17 < -9,189 ; \quad -8,349 < -3\sqrt{6} - 2 < -8,348$$

Exercice 10

a) $5,706 < 5\sqrt{2} < 5,707$

b) $1,040 < \frac{3}{5}\sqrt{2} < 1,039$

c) $67,348 < 3\sqrt{3} + 60 < 67,349$

d) $2,685 < 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} < 2,686$

Exercice 11

a) $3,1 < \sqrt{3} + \sqrt{2} < 3,2 ; \quad 4,5 < \pi + \sqrt{2} < 4,6 ; \quad 4,8 < \pi + \sqrt{3} < 4,9$

b) $3,5 < \pi\sqrt{2} < 3,6 ; \quad 5,4 < \pi\sqrt{3} < 5,5 ; \quad -1,5 < -\pi + \sqrt{3} < -1,4$

c) $-0,6 < \sqrt{2} - \sqrt{3} < -0,5 ; \quad 1,4 < \pi - \sqrt{3} < 1,5 ; \quad 1,7 < \pi - \sqrt{3} < 1,8$

Exercice 12

$$98 < a + b < 100 ; \quad 39 < b - a < 41 ; \quad \frac{29}{70} < \frac{a}{b} < \frac{10}{23} ; \quad \frac{29}{100} < \frac{a}{a+b} < \frac{30}{98} ; \quad -\frac{30}{39} < \frac{a}{a-b} < -\frac{29}{41}$$

Exercice 13

On a : $P = 2(L+l) ; \quad L < 7$ et $l < 3$ soit $2(L+l) < 2(7+3)$ donc $P < 20$

Exercice 14

a) $(3\sqrt{7})^2 = 63$ et $8^2 = 64$. On a : $63 < 64$ donc $3\sqrt{7} < 8$

b) On a : $\frac{13}{7} > \frac{13}{8}$ donc $\sqrt{\frac{13}{7}} > \sqrt{\frac{13}{8}}$

c) On a : $(2\sqrt{45})^2 = 180$ et $(3\sqrt{20})^2 = 180$ soit $2\sqrt{45} = 3\sqrt{20}$ d'où $\frac{1}{2\sqrt{45}} = \frac{1}{3\sqrt{20}}$

d) $\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+3}{x+4} = \frac{-1}{(x+3)(x+4)}$ et pour $x \in \mathbb{R}^+$ on a : $\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+3}{x+4} < 0$ donc

$$\frac{x+2}{x+3} < \frac{x+3}{x+4}$$

$$e) \quad (\sqrt{5}-3)^2 = 14-6\sqrt{5} \text{ et } (\sqrt{14-6\sqrt{5}})^2 = 14-6\sqrt{5} \text{ donc } \sqrt{5}-3 = \sqrt{14-6\sqrt{5}}$$

Exercice 15

$$a) \quad 69 > 53 \Leftrightarrow \sqrt{69} > \sqrt{53}$$

$$b) \quad 3 < 3,1 \Leftrightarrow -3 > -3,1 \Leftrightarrow \pi-3 > \pi-3,1 \Leftrightarrow \sqrt{\pi-3} > \sqrt{\pi-3,1}$$

$$c) \quad \sqrt{229} < \sqrt{235} \Leftrightarrow -\sqrt{229} > -\sqrt{235}$$

$$d) \quad 24 < 25 \Leftrightarrow \sqrt{24} < \sqrt{25} \Leftrightarrow 2\sqrt{6} < 5$$

Exercice 16

- $\left. \begin{array}{l} 6^2 = 36 \\ (\sqrt{3})^2 = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{on a : } 36 > 3 \\ \text{soit } 6 > \sqrt{3} \end{array} \right\} \text{donc } 6 - \sqrt{3} > 0$
- $3\sqrt{5} - 5\sqrt{3} < 0$ (même raisonnement que le premier)
- On a : $20\sqrt{\pi} + \sqrt{3}17 > 0 \Leftrightarrow -20\sqrt{\pi} - \sqrt{3}17 < 0$
- On a : $2 - \sqrt{13} < 0$ et $\sqrt{2} - 1 > 0$ donc $\frac{2 - \sqrt{13}}{\sqrt{2} - 1} < 0$
- On a : $2\sqrt{5} - 3\sqrt{3} < 0$ et $\pi - 5 < 0$ donc $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{3})(\pi - 5) > 0$

Exercice 17

$$-\frac{1}{4} < y < \frac{3}{5}$$

- $-\frac{1}{4} + 5 < y + 5 < \frac{3}{5} + 5 \Leftrightarrow \frac{19}{4} < y + 5 < \frac{28}{5}$
- $-\frac{1}{4} - \frac{1}{4} < y - \frac{1}{4} < \frac{3}{5} - \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < y - \frac{1}{4} < \frac{7}{20}$
- $\frac{2}{5} - \frac{3}{5} < \frac{2}{5} - y < \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{5} < \frac{2}{5} - y < \frac{13}{20}$
- $2 - 4 \times \frac{3}{5} < 2 - 4y < 2 + 4 \times \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{2}{5} < 2 - 4y < 3$

Exercice 18

$$a) \quad 1 < \sqrt{3} < 2 \Leftrightarrow 6 < 5 + \sqrt{3} < 7 \text{ donc } 5 + \sqrt{3} < 7$$

$$b) \quad 2 < \sqrt{5} < 3 \Leftrightarrow 18 < 9\sqrt{5} < 27 \Leftrightarrow 20 < 9\sqrt{5} + 2 < 29 \text{ donc } 20 < 9\sqrt{5} + 2$$

Exercice 19

$$a) \quad -2 \leq 2x - 8 \leq 8 \Leftrightarrow \frac{-2+8}{2} \leq x \leq \frac{8+8}{2} \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 8$$

$$b) \frac{3-x}{3} \in [0;5] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{3-x}{3} \leq 5 \Leftrightarrow 0 \leq 3-x \leq 15 \Leftrightarrow -3 \leq -x \leq 12 \Leftrightarrow -12 \leq x \leq 3$$

$$c) \frac{1}{3} - \frac{x}{4} \in \left[\frac{2}{3}; \frac{7}{3} \right] \Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq \frac{1}{3} - \frac{x}{4} \leq \frac{7}{3} \Leftrightarrow 8 \leq 4-3x \leq 28 \Leftrightarrow 4 \leq -3x \leq 24 \Leftrightarrow -\frac{24}{3} \leq x \leq -\frac{4}{3}$$

Exercice 20

$$1,4142 < x < 1,4143 \Leftrightarrow 13,071 < 6+5x < 13,0715 \Leftrightarrow 3,26775 < \frac{6+5x}{4} < 3,267875$$

$$3,2677 < y < 3,2678$$

Exercice 21

ABC rectangle en A, d'après la propriété de Pythagore on : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$12,25 < AB^2 < 12,96 \text{ et } 16,81 < AC^2 < 17,64 \text{ donc } 29,06 < BC^2 < 30,6 \text{ ainsi } 5,39 < BC < 5,53$$

Exercice 22

On a : $-3 < x < -2$; $2 < y < 3$ donc

$$-6 < x-y < -4 ; 6 < x^2+2 < 11 ; -9 < xy < -4 ; -\frac{3}{2} < \frac{x}{y} < -\frac{2}{3}$$

Exercice 23

$$X = (2+\sqrt{5})\sqrt{9-4\sqrt{5}}$$

$$1- \text{ On a : } 5 > 4 \text{ donc } \sqrt{5} > \sqrt{4} \text{ soit } \sqrt{5} > 2$$

$$2- \sqrt{5} > 2 \Leftrightarrow 0 > 2-\sqrt{5}$$

$$3- (2-\sqrt{5})^2 = 4-4\sqrt{5}+5 = 9-4\sqrt{5}$$

$$4- X = (2+\sqrt{5})\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = (2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5}) = 4-5 = -1 ; \quad X = -1$$

Exercice 24

$$a = 7-2\sqrt{11} ; b = 7-3\sqrt{5}$$

$$1- a-b = 7-2\sqrt{11}-7+3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}-2\sqrt{11}$$

$$2- 3\sqrt{5} > 2\sqrt{11} \Leftrightarrow 3\sqrt{5}-2\sqrt{11} > 0 \Leftrightarrow a-b > 0$$

$$3- \sqrt{a^2-2ab+b^2} = \sqrt{(a-b)^2} = a-b = 3\sqrt{5}-2\sqrt{11}$$

$$\sqrt{b^2-2ab+a^2} = \sqrt{(b-a)^2} = -(b-a) = a-b = 3\sqrt{5}-2\sqrt{11}$$

Exercice 25

Soit x le nombre d'enfants cherché

$$1- x \in [3;8[$$

$$2- x \in [3;8[\cap]4;13] \Leftrightarrow x \in]4;8[$$

$$3- \quad x = \frac{4+8}{2} = 6$$

ANGLES INSCRITS 3^{ÈME}

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Le texte parle de la préparation des championnats interclasses.*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Les acteurs sont le coach d'une classe de 3^{ème} et ses joueurs.*
- Où se déroule l'évènement ? *L'évènement se déroule au collège dans une salle et le coaching se fait à l'aide d'un schéma pour un exercice de tire au but.*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? Le problème qui se pose est que: Tous les joueurs, de façons unanime, estiment que les joueurs en position J1 et J4 sont défavorisés car ils ont les plus petits angles de tir. Le coach affirme que tous les joueurs tirent au but avec le même angle de tir de chaque position.
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? L'opinion du coach et celle des joueurs sur les angles de tir n'est pas la même.

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

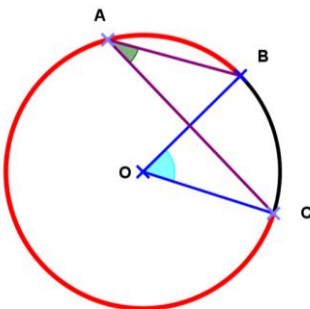
- Que décident de faire les acteurs ? Les joueurs décident d'approfondir leurs connaissances sur les angles inscrits.

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

Les joueurs (des élèves de troisième) s'organisent pour faire des recherches afin de savoir si tous les angles de tir sont les mêmes comme le prétend leur coach.

Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers une nouvelle leçon intitulée « **angles inscrits** », différentes relations entre les angles inscrits et les angles au centre qui vous permettront de régler ce genre de problème qui se pose dans la situation d'apprentissage.

Activité1



- 1- L'arc de cercle d'extrémité B et C ne contenant pas le point A est colorié en noir
- 2- L'arc de cercle intercepté par les angles CAB et BOC est BC celui colorié en noir

J'évalue mes acquis

- 1- Faux
- 2- Faux
- 3- Faux
- 4- Vrai

Activité2

Fig. 1 : $\text{mes } CPE = 74^\circ$; Fig.2 : $\text{mes } GOF = 140^\circ$

J'évalue mes acquis

Formulation 1

Activité3

1-

angles	Arc intercepté	Mesure
BAC	BC	Utiliser un rapporteur
BAC	BC	Utiliser un rapporteur

2- $\text{mes } BAC = \text{mes } BEC$

3- Les angles inscrits BAC et BEC interceptent le même arc BC que l'angle au centre BOC donc

$$\text{mes } BAC = \frac{1}{2} \text{mes } BOC \text{ et } \text{mes } BEC = \frac{1}{2} \text{mes } BOC \text{ d'où } \text{mes } BAC = \text{mes } BEC$$

4- Les angles inscrits CAE et CPE interceptent le même arc CE donc $\text{mes } CAE = \text{mes } CPE$

J'évalue mes acquis

La formule exacte est le 2) : $\text{mes } EAU = \text{mes } EBU$

V- JE M'EXERCE

Exercice1

Cas 1 : Non ; cas 2 : Non ; cas 3 : oui ; cas 4 : Non

Exercice 2

Cas1 : Oui , un angle au centre

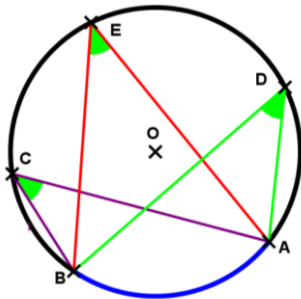
Cas 2 : non

Cas 3 : non

Exercice 3

Cas1 : EF ; Cas 2 : CM ; Cas 3 : NP

Exercice 4



Exercice 5

Le cas 2 seulement

Exercice 6

- a) ANB ; APB
- b) PNR ; PAR ; PBR

Exercice 7

- a) ANB ; AMB ; AKB
- b) PKN ; PAN ; PBN

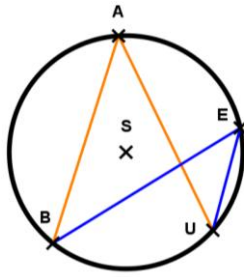
Exercice 8

Angles inscrits	CTA	ATC	TCA
Angle au centre associé	CSA	ASC	TSA

Exercice 9

Angles inscrit	EAU	UAB	EUB	UEA
Intercepte le même arc que l'angle au centre	USE	ESB	BSU	USA
Vrai ou faux	Vrai	Faux	Faux	Vrai

Exercice 10



Exercice 11

Énoncé : (A reprendre dans le livre)

Écris le numéro de la bonne formulation.

Dans un cercle, la mesure de l'angle au centre est :

- 1- Le double de la mesure de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.
- 2- La moitié de la mesure de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.
- 3- Le tiers de la mesure de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.

Réponse : 1-

Exercice 12

La bonne réponse : $mes BAC = \frac{1}{2} mes BOC$

Exercice 13

$$mes BAC = \frac{1}{2} mes BOC$$

Exercice 14

Formulation 3

Exercice 15

$$mes MNP = mes MKP$$

Exercice 16

L'angle inscrit PCM et l'angle au centre MOP sont associés donc

$$mes PCM = \frac{1}{2} mes MOP = \frac{1}{2} \times 126^\circ = 63^\circ$$

Exercice 17

$$mes BOA = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ \quad ; \quad mes BNA = \frac{1}{2} \times 118^\circ = 59^\circ$$

Exercice 18

a) Les angles inscrits ADB et ACB interceptent le même arc AB donc

$$\text{mes } ADB = \text{mes } ACB = 60^\circ$$

b) Idem : $\text{mes } AEB = \text{mes } ACB = 60^\circ$

c) L'angle inscrit ACB et l'angle au centre AOB sont associés donc

$$\text{mes } AOB = 2\text{mes } ACB = 120^\circ$$

Exercice 19

Les angles inscrits BDC et BEC interceptent le même arc BC donc

$$\text{mes } BEC = \text{mes } BDC = 70^\circ$$

Exercice 20

L'angle inscrit AMB et l'angle au centre AOB sont associés donc

$$\text{mes } AMB = \frac{1}{2} \text{mes } AOB = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

Exercice 21

Les angles inscrits AMB et ANB interceptent le même arc AB donc $\text{mes } AMB = \text{mes } ANB$

Exercice 22

L'angle inscrit ADB et l'angle au centre AOB sont associés donc

$$\text{mes } ADB = \frac{1}{2} \text{mes } AOB = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ \text{ donc le triangle } ADB \text{ est rectangle en D.}$$

Exercice 23

Les angles inscrits BAD et BED interceptent le même arc BD donc $\text{mes } BAD = \text{mes } BED$

Exercice 24

1- Les angles inscrits BCA et BDA interceptent le même arc BA donc

$$\text{mes } BCA = \text{mes } BDA$$

2- Première méthode

$[AC]$ est un diamètre du cercle et les points B et D sont sur le cercle donc les triangles ABC et ADC sont rectangles respectivement en B et D. Ainsi les angles ABC et CDA sont droits.

Deuxième méthode : se référer à l'exercice 22 page 82.

Exercice 25

1- Les deux cercles sont de même rayon donc $AC = AD = r$ et $BC = BD = r$ soit $AC = AD = BC = BD$ ainsi le quadrilatère ABCD est un losange.

2- a) Les angles opposés d'un losange ont la même mesure donc $\text{mes } CAD = \text{mes } CBD$ (les angles CAD et CBD sont symétriques par rapport à (DC)

b) L'angle inscrit CED et l'angle au centre CAD sont associés donc $mesCED = \frac{1}{2} mesCAD$

Aussi L'angle inscrit CFD et l'angle au centre CBD sont associés donc

$$mesCFD = \frac{1}{2}mesCBD. \text{ Or } mesCAD = mesCBD \text{ donc } mesCED = mesCFD$$

Exercise 26

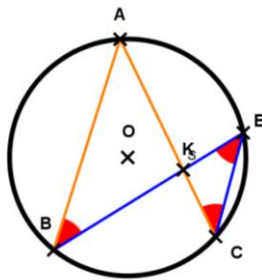
a) Le triangle ABD est un triangle isocèle en A ($AB = AD = r$). La médiatrice de [BD] est aussi bissectrice de l'angle BAD donc $\text{mes}BAE = \text{mes}DAE$

b) L'angle inscrit BCE et l'angle au centre BAE sont associés donc $mesBAE = 2mesBCE$

c) On sait que $\text{mes}BAE = \text{mes}DAE$ et $\text{mes}BAE = 2\text{mes}BCE$ donc $\text{mes}DAE = 2\text{mes}BCE$

Exercise 27

Le texte est conservé mais la figure change, elle est celle ci-dessous



Démontrons que $mes ECE = mes BEC$

- Les angles inscrits ABE et ACE interceptent le même arc AE donc $mesABE = mesACE$ (1)
- Les angles ABE et BEC sont alternes et internes et sont formés par deux droites parallèles et une sécante donc $mesABE = mesBEC$ (2)
- D'après (1) et (2) on a : $mesECE = mesBEC$

Exercise 28

a) CED est inscrit dans le cercle (C) de diamètre [CE] donc le triangle CED est rectangle en D.

b) FCD est isocèle en F donc $mesCFD = 180^\circ - 2 \times 75^\circ = 30^\circ$

c) L'angle CFD intercepte le même arc CD que l'angle CED donc
 $mesCED = mesCFD = 30^\circ$

Exercise 29

- L'angle inscrit BKP et l'angle au centre BOP sont associés donc

$$mesBKP = \frac{1}{2}mesBOP = \frac{1}{2} \times 86^\circ = 43^\circ$$

- L'angle inscrit KBP et l'angle au centre KOP sont associés donc

$$mesKBP = \frac{1}{2}mesKOP = \frac{1}{2} \times 138^\circ = 69^\circ$$

- Dans le triangle KBP on a :

$$mesBKP + mesBPK + mesKBP = 180^\circ \Leftrightarrow mesBPK = 180^\circ - (69^\circ + 43^\circ) = 68^\circ$$

Exercice 30

- Les angles inscrits DCB et DEB interceptent le même arc DB donc $mesDEB = mesDCB = 31^\circ$
- Dans le triangle ABE on a :

$$mesABE + mesAEB + mesBAE = 180^\circ \Leftrightarrow mesBAE = 180^\circ - (31^\circ + 75^\circ) = 74^\circ$$

Exercice 31

- a) L'angle inscrit DBA et l'angle au centre DOA sont associés donc

$$mesDBA = \frac{1}{2} mesDOA = \frac{1}{2} \times 104^\circ = 52^\circ$$

- b) Le triangle ABC est inscrit dans le cercle (C) et son côté [AC] est diamètre du cercle donc le triangle ABC est rectangle en B

c) $mesCAD = \frac{1}{2} mesCOD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ$

- d) Les angles inscrits CBD et CAD interceptent le même arc CD donc

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow BC = 2R \times \frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$

Exercice 33

On a : $AD = OD$ et $OA = OD = r$ soit $AD = OD = OA$ donc le triangle OBD est équilatéral

- On a : $mesDAB = 60^\circ$;
- $mesDOB = 2mesDCB$ or $mesDAB = mesDCB$ donc $mesDOB = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$
- $mesDCB = mesDAB = 60^\circ$

Exercice 34

Un exercice de niveau 2ndC

D'après le théorème des sinus on a : $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow BC = 2R \times \frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$

Exercice 35

- 1- Un angle ABC est dit inscrit dans un cercle lorsque les points A, B et C appartiennent au cercle
- 2- Un angle AOB est dit au centre d'un cercle, lorsque O est le centre du cercle et les points A et B appartiennent au cercle.
- 3-
 - $mesAEC = mesADC = 66^\circ$

- $\text{Mes } AOC = 2\text{mes } AEC = 2 \times 66^\circ = 132^\circ$
- $\text{Mes } AOB = \text{mes } AOC - \text{mes } COB = 132^\circ - 78^\circ = 54^\circ$
- $\text{Mes } EAD = \text{mes } ECD = 38^\circ$
- $\text{Mes } BAC = \frac{1}{2} \text{mes } BOC = \frac{1}{2} \times 78^\circ = 39^\circ$

Exercice 36

- 1- Dans un cercle , si un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc de cercle, alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit.
- 2- Tous les angles inscrits interceptent le même AB que l'angle au centre AOB donc ils ont la même mesure. Ainsi tous les joueurs tirent au but avec le même angle de tir de chaque position. Le coach a effectivement raison.

VECTEURS

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Il s'agit d'un fils de menuisier qui cherche à comprendre l'instrument de travail de son père.*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Un fils de menuisier, les membres de son groupe de travail et leur professeur de maison.*
- Où se déroule l'évènement ? *Chez leur professeur de maison.*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? *Comprendre le fonctionnement de l'instrument de travail*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *Justifier l'exactitude de cet instrument*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? *Les élèves décident d'approfondir leurs connaissances relatives aux opérations sur les vecteurs et sur les relations entre plusieurs vecteurs*

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

Un élève de 3^{ème}, fils de menuisier, a du mal à comprendre l'instrument de travail de son père. Lui et ses camarades de travail ont recours à leur professeur de maison qui affirme qu'il possible de justifier l'exactitude de cet instrument avec les connaissances sur les vecteurs. Ceux-ci décident d'approfondir leurs connaissances sur les vecteurs.

Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers une nouvelle leçon intitulée « Vecteurs », des notions et méthodes de calcul qui vous permettront de régler ce genre de problème qui se pose dans la situation d'apprentissage.

ACTIVITES DE DECOUVERTE

1. Identifier la différence de deux vecteurs

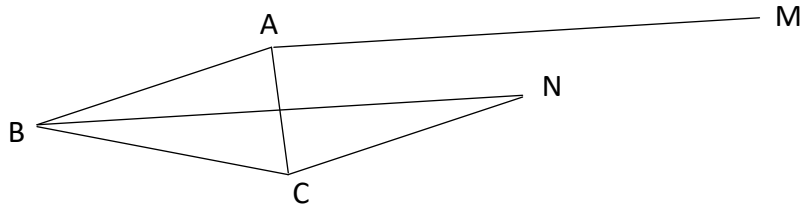
Activité 1

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$$

$$= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BN}$$

On construit $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$



J'évalue mes acquis

1- $\overrightarrow{AD}$

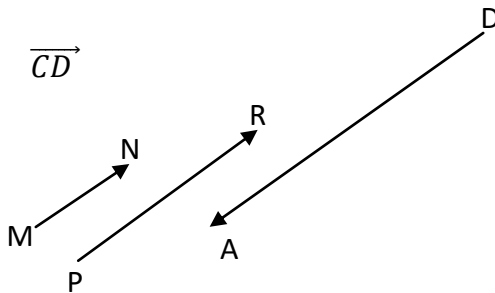
2- $\overrightarrow{BA}$

2. Identifier le produit d'un vecteur par un nombre réel

Activité 2

1) $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

2)



J'évalue mes acquis

a) On a : $\overrightarrow{MR} = 3\overrightarrow{MP}$

b) On a : $\overrightarrow{RP} = -2\overrightarrow{QR}$

3. Connaître les propriétés du produit d'un vecteur par un réel

Activité 3

1-

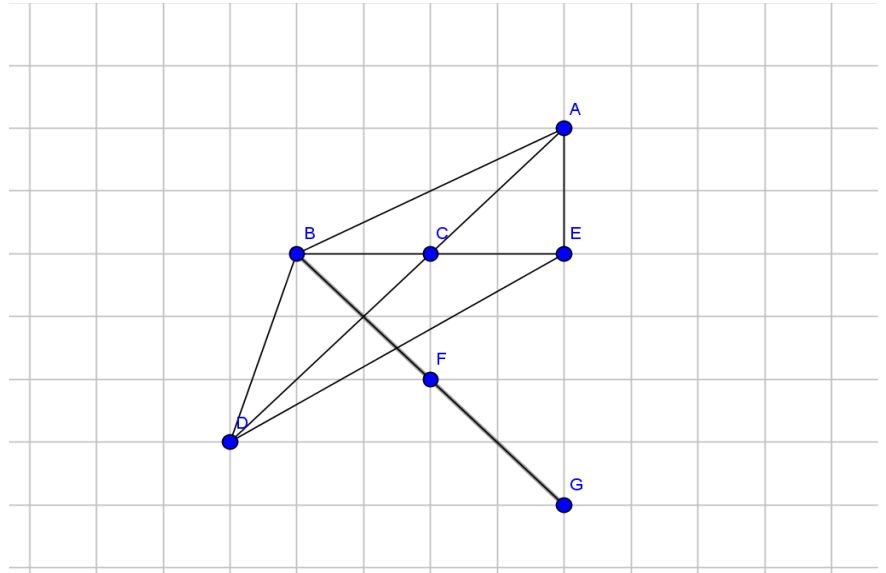
$$2(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AE}) = 2(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF}) = 2\overrightarrow{BF}$$

$$2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{BG}$$

On a $2\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BG}$

On constate que

$$2(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AE}) = 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AE}$$



2- $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 3 \cdot \overrightarrow{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{AB} = (3+2) \cdot \overrightarrow{AB} = 5 \cdot \overrightarrow{AB}$

3- $\overrightarrow{EQ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{EP} = \frac{1}{2} (4 \cdot \overrightarrow{EF}) = 2 \cdot \overrightarrow{EF}$

J'évalue mes acquis

a) $5 \cdot \overrightarrow{EF} + 5 \cdot \overrightarrow{GH} = 5(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GH})$

b) $-7 \overrightarrow{EF} + 3 \overrightarrow{EF} = (-7 + 3) \overrightarrow{EF} = -4 \overrightarrow{EF}$

c) $\frac{1}{2} \left(\frac{4}{-3} \overrightarrow{EF} \right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{-3} \right) \overrightarrow{EF} = -\frac{2}{3} \overrightarrow{EF}$

4. Identifier les vecteurs colinéaires

Activité 4

$\overrightarrow{AB}$ a pour direction la droite (AB) ou la droite (MN).

$\overrightarrow{MN}$ a pour direction la droite (AB) ou la droite (MN).

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ ont la même direction.

J'évalue mes acquis

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{HE}$

5. Identifier les vecteurs directeurs d'une droite

Activité 5

On a : $\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{OP}, \overrightarrow{PL}$ et le vecteur nul.

J'évalue mes acquis

$\overrightarrow{AB}$ est un **vecteur directeur** de (D) lorsque **(AB)** est parallèle à **(D)** ou lorsque A et B appartiennent à (D).

6. Identifier les vecteurs orthogonaux

Activité 6

$\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ sont des vecteurs directeurs de droites perpendiculaires.

J'évalue mes acquis

a) F ; b) V

7. Identifier la propriété de vecteurs de même direction

Activité 7

1) $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{AK}$ ont la même direction

2) $\overrightarrow{DC} = 2 \overrightarrow{AB}$

J'évalue mes acquis

a) V ; b) V ; c) V ; d) V

JE M'EXERCE

Exercice 1

$$\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$$

Exercice 2

$$1) \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

$$2) \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$$

$$3) \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$$

Exercice 3

$$\cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

Exercice 4

- . $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AC}$
- . $\overrightarrow{JK} = \frac{3}{2} \overrightarrow{IK}$
- . $\overrightarrow{EF} = -\frac{4}{3} \overrightarrow{ED}$
- . $\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{JK}$

Exercice 5

$\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BA}$

Exercice 6

1) F ; 2) V ; 3) F

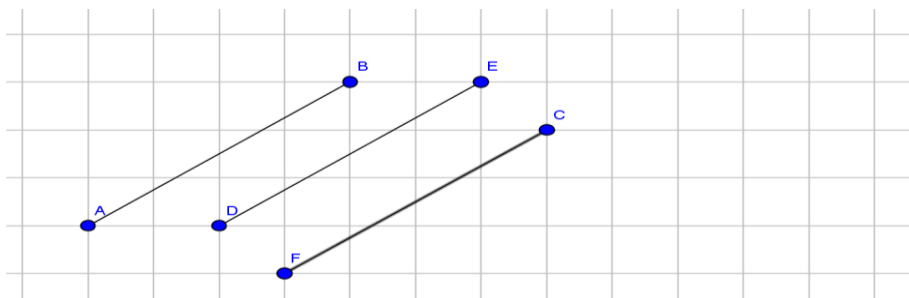
Exercice 7

- . $k(t \overrightarrow{AB}) = (kt) \overrightarrow{AB}$
- . $k \overrightarrow{AB} + k \overrightarrow{AC} = k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
- . $k \overrightarrow{AB} + t \overrightarrow{AB} = (k + t) \overrightarrow{AB}$

Exercice 8

3) V

Exercice 9



Exercice 10

- a) $\overrightarrow{AB}$
- b) $\overrightarrow{DH}$, $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{CG}$
- c) $\overrightarrow{AD}$
- d) $\overrightarrow{DC}$

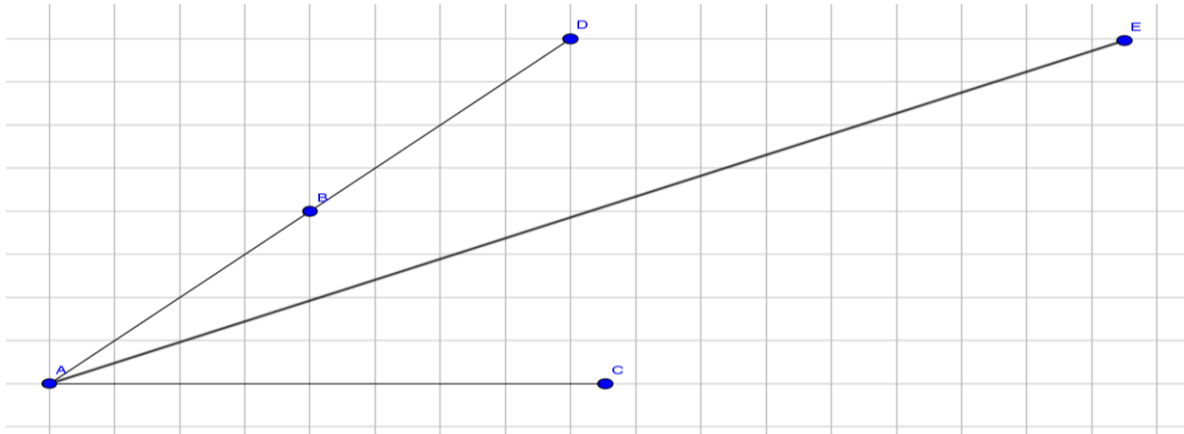
Exercice 11

1) V ; 2) F ; 3) F ; 4) V

Exercice 12

$\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ ont la même direction.

Exercise 13



On a : $2 \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$

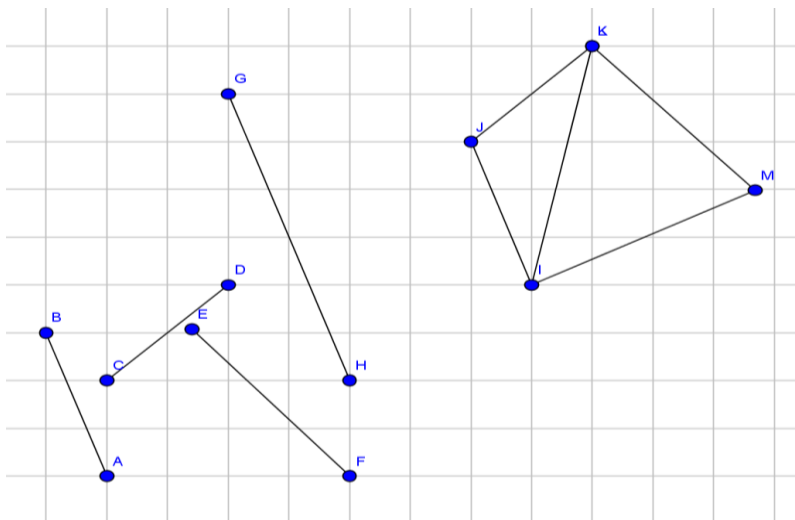
Exercise 14

$\cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$

$\cdot -\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$

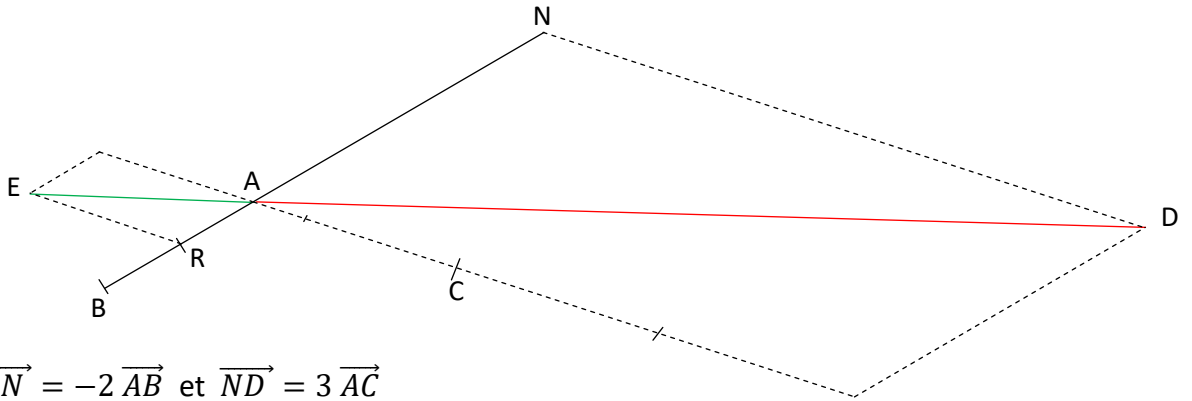
Exercise 15



1) $2 \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{HG}$

2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KM} = \overrightarrow{IM}$

Exercice 16



On a : $\overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{ND} = 3\overrightarrow{AC}$
 $-2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{AD}$
 et $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AR} + \overrightarrow{RE} = \overrightarrow{AE}$

Exercise 17

$$\begin{aligned} 1) \quad \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \\ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \\ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} &= \overrightarrow{AA} = \vec{0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} &= \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} \\ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{DB} \end{aligned}$$

Exercise 18

$$1) \quad \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \\ & \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ & \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} \\ & \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} \\ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} &= \overrightarrow{CC} = \vec{0} \end{aligned}$$

Exercice 19

- 1) $3 \overrightarrow{MN} + 3 \overrightarrow{NP} = 3 (\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP})$
 $3 \overrightarrow{MN} + 3 \overrightarrow{NP} = 3 \overrightarrow{MP}$
- 2) $3 \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} - 4 \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{CP} - \overrightarrow{BP}$
 $3 \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} - 4 \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PB}$
 $3 \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} - 4 \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{CB}$
- 3) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} - \overrightarrow{KQ} - \overrightarrow{RK} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{QK} + \overrightarrow{KR}$
 $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} - \overrightarrow{KQ} - \overrightarrow{RK} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QK} + \overrightarrow{KR} + \overrightarrow{RP}$
 $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} - \overrightarrow{KQ} - \overrightarrow{RK} = \overrightarrow{PP} = \vec{0}$

Exercice 20

- 1) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{EE}$
 $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$
- 2) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{FG}$
 $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE}$
 $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EE}$
 $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GF} = \vec{0}$
- 3) $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$
 $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EG}$
 $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{EF} = 2 \overrightarrow{EG}$

Exercice 21

- 1) AEFD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.
ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.
Comme $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, on a : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BC}$.
- 2) On sait que $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BC}$, donc le quadrilatère BCFE est un parallélogramme. Par conséquent, $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{FC}$.

Exercice 22

Démontrons que $\overrightarrow{NP}$ et $\overrightarrow{N'P'}$ sont colinéaires.

On sait que $\overrightarrow{MN'} = 2 \overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP'} = 2 \overrightarrow{MP}$

On a : $\overrightarrow{MN'} - \overrightarrow{MP'} = 2 \overrightarrow{MN} - 2 \overrightarrow{MP}$

$$\overrightarrow{MN'} - \overrightarrow{MP'} = 2(\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP})$$

$$\overrightarrow{P'M} + \overrightarrow{MN'} = 2(\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN})$$

$$\overrightarrow{P'N'} = 2\overrightarrow{PN}$$

On conclut que $\overrightarrow{PN}$ et $\overrightarrow{P'N'}$ sont colinéaires.

Exercice 23

1) Démontrons que les points A, P et Q sont alignés.

Exprimons alors $\overrightarrow{AP}$ en fonction de $\overrightarrow{AQ}$.

On a : $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{CB}$; donc $\overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AQ}$. Par conséquent, les points A, P et Q sont alignés.

2) Démontrons que les points A, B et P sont alignés.

Exprimons alors $\overrightarrow{PA}$ en fonction de $\overrightarrow{PB}$.

On a : $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{PM} - 2\overrightarrow{PN}$ et $\overrightarrow{PB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN}$; d'où $2\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PM} - 2\overrightarrow{PN}$.

Or $\overrightarrow{PM} - 2\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PA}$. Donc $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{PB}$. Par conséquent, les points A, B et P sont alignés.

Exercice 24

Démontrons que (EB) // (FC).

ABCD est un parallélogramme ; donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Or $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EF}$; car AEFD est un parallélogramme. Donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$. Par conséquent, BCFE est un parallélogramme. D'où (EB) // (FC).

Exercices de Renforcement / Approfondissement

Exercice 25

On sait que : $\overrightarrow{JC} = 2\overrightarrow{JA}$.

D'où $\overrightarrow{JI} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{JI} + 2\overrightarrow{IA}$

$$-2\overrightarrow{JI} + \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IA}$$

$$-\overrightarrow{JI} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IA}$$

$$\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IA} \quad (1)$$

On sait que : $\overrightarrow{KB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{KC}$.

D'où $2\overrightarrow{KB} = -\overrightarrow{KC}$

$$2\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{CK}$$

$$2\overrightarrow{KI} + 2\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IK}$$

$$2\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{KI} = \overrightarrow{CI} - 2\overrightarrow{IB}$$

$$3\overrightarrow{KI} = \overrightarrow{CI} - 2\overrightarrow{IB}$$

$$3\overrightarrow{KI} - \overrightarrow{CI} = -2\overrightarrow{IB}$$

$$-3\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{IB} \quad (2)$$

D'après (1) et (2), il s'ensuit que

$$\vec{IJ} + \vec{IC} - 3 \vec{KI} + \vec{CI} = 2 \vec{IA} + 2 \vec{IB}$$

$$\vec{IJ} - 3 \vec{KI} + \vec{IC} + \vec{CI} = 2 (\vec{IA} + \vec{IB})$$

$$\vec{IJ} - 3 \vec{KI} = \vec{0}$$

$$\vec{IJ} = -3 \vec{IK}$$

On conclut que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 26

Démontrons que M, N et C sont alignés.

Cela revient à trouver un nombre réel non nul tel que $\vec{MN} = k \vec{MC}$.

$$\text{On a : } \vec{BM} = \frac{1}{2} \vec{AB}$$

$$2 \vec{BM} = \vec{AB}$$

$$2 \vec{BM} = \vec{AM} + \vec{MB}$$

$$\vec{AM} = 2 \vec{BM} - \vec{MB}$$

$$\vec{AM} = 3 \vec{BM}$$

Or $\vec{AN} = 3 \vec{AD}$ et $\vec{AN} = 3 \vec{BC}$; CAR $\vec{AD} = \vec{BC}$.

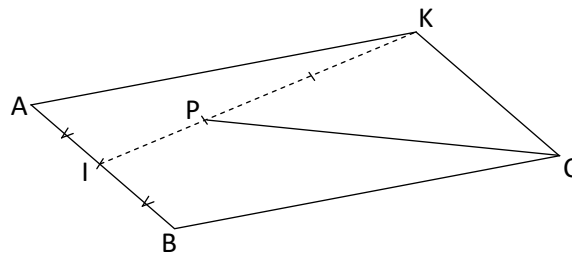
$$\text{On a : } \vec{AN} - \vec{AM} = 3(\vec{BC} - \vec{BM})$$

$$\vec{MN} = 3 \vec{MC}.$$

On conclut que les points M, N et C sont alignés.

Exercice 27

Figure



Démontrons que les points A, P et C sont alignés.

Cela revient à exprimer $\vec{AP}$ en fonction de $\vec{AC}$.

$$\text{On a : } \vec{IP} = \frac{1}{3} \vec{IK}$$

$$\vec{IA} + \vec{AP} = \frac{1}{3} \vec{IA} + \frac{1}{3} \vec{AK}$$

$$\vec{AP} = -\frac{1}{3} \vec{IA} + \frac{1}{3} \vec{IA} + \frac{1}{3} \vec{AK}$$

$$\vec{AP} = -\frac{2}{3} \vec{IA} + \frac{1}{3} \vec{AK}. \text{ Or } \vec{IA} = -\frac{1}{2} \vec{AB} = -\frac{1}{2} \vec{KC}; \text{ car ABCK est un}$$

parallélogramme et I milieu de [AB].

$$\text{Donc } \vec{AP} = \frac{1}{3} \vec{KC} + \frac{1}{3} \vec{AK}$$

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KC})$$

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}.$$

On conclut que les points A, P et C sont alignés.

Exercice 28

- a) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$
- b) $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$
- c) On peut trouver un nombre réel non nul k tel que $\overrightarrow{EM} = k \overrightarrow{EF}$
- d) $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GB}$ ou $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$

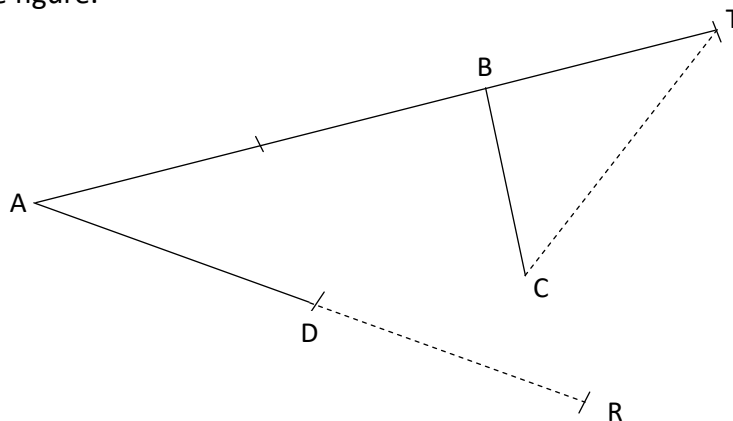
Exercice 29 ; revoir l'énoncé de 4)

Démontrons chacune des égalités suivantes.

- 1) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD}$
 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$
- 2) $2 \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO}$
 $2 \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA}$
- 3) $\overrightarrow{FG} - (\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{FG} - \overrightarrow{FA} - \overrightarrow{FB} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GB}$
 $\overrightarrow{FG} - (\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{GB}$
 $\overrightarrow{FG} - (\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF}$
 $\overrightarrow{FG} - (\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{GG} + \overrightarrow{BF}$
 $\overrightarrow{FG} - (\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{BF}$
- 4) $-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} + 3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) - 2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{CB}$
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} + 3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) - 2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB}$
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} + 3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) - 2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$

Exercice 30

- 1) Je fais une figure.



a) justifions que $\overrightarrow{CT} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.

On a : $\overrightarrow{BT} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Donc $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CT} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ c'est-à-dire que $\overrightarrow{CT} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

b) On a : $\overrightarrow{AR} = 3\overrightarrow{AD}$. Donc $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CR} = 3\overrightarrow{AD}$ c'est - à - dire que $\overrightarrow{CR} = 3\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$

$$2) \overrightarrow{CT} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{CT} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AD} \quad \text{car } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \text{ et } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \text{ (ABCD étant un parallélogramme)}$$

$$\overrightarrow{CT} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{CT} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{CT} = (-\frac{1}{2} - 1)\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{CT} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{CT} = -\frac{1}{2}(3\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC})$$

$$\overrightarrow{CT} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CR} \quad \text{Donc les points C, T et R sont alignés.}$$

Situation d'évaluation

1- I est le milieu du segment [AB] équivaut à $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

2-

1) Par hypothèse, on a :

d'une part AICE est un parallélogramme.

$$\text{Donc } \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CE} \quad (\text{I})$$

2) D'autre part I est le milieu de [AC].

$$\text{Donc } \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} \quad (\text{II})$$

3) De (I) et (II), on en déduit que : $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{EC}$

On en déduit que IECB est un parallélogramme. Par conséquent, $\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{BC}$.

4) On a montré que $\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{BC}$. Donc $(IE) \parallel (BC)$.

De plus, comme $J \in (IE)$, alors $(IJ) \parallel (BC)$.

5) De l'hypothèse AICE est un parallélogramme, on déduit que J est le milieu de $[IE]$.
Donc $\overrightarrow{IE} = 2\overrightarrow{IJ}$.

6) Comme $\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{BC}$, alors $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{IJ}$. Donc $BC = 2 IJ$.

7) Finalement, nous avons $(IJ) \parallel (BC)$ et $IJ = \frac{1}{2} BC$.

EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS $\mathbb{R}$

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Il s'agit de peindre les murs des bureaux des éducateurs.*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Le peintre, les membres du COGES et des élèves de 3^{ème}.*
- Où se déroule l'évènement ? *Dans un lycée.*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? *déterminer le nombre de bidons de 5 litres à utiliser pour satisfaire aux souhaits du COGES.*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *Répondre à la sollicitation du COGES.*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? *De s'informer*

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

- *En vue de peindre les murs des bureaux des éducateurs, le COGES d'un lycée engage un peintre. Pour déterminer le nombre de bidons de 5 litres utiles pour couvrir une aire totale supérieure à $4,38 \text{ m}^2$ tout en utilisant une quantité de peinture inférieure à 188 litres, le COGES sollicite des élèves de 3^{ème} qui décident de s'informer afin de répondre à cette sollicitation.*

Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers une nouvelle leçon intitulée

« Equations et inéquations dans $\mathbb{R}$ », des notions et méthodes de calcul qui vous permettront de régler ce genre de problème qui se pose dans la situation d'apprentissage.

Activités de découverte

Activité 1

- La démarche de chaque élève est correcte.

1^{ère} étape (élève A et B)

- Egalité et addition

2^{ème} étape

- On calcule

Elève C et D

1^{ère} étape

- Egalité et multiplication

2^{ème} étape

- On calcule

J'évalue mes acquis

a) $x - 7 = 15$

$$x - 7 + 7 = 15 + 7$$

$$x = 22$$

La solution de l'équation est 22.

c) $\frac{3}{5}x = \frac{6}{35}$

$$\frac{5}{3} \times \frac{3}{5}x = \frac{5}{3} \times \frac{6}{35}$$

$$x = \frac{2}{7}$$

La solution de l'équation est $\frac{2}{7}$.

b) $\frac{3}{8} + x = 0$

$$-\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + x = 0 - \frac{3}{8}$$

$$x = -\frac{3}{8}$$

La solution de l'équation est $-\frac{3}{8}$.

d) $\frac{8}{7}x = 24$

$$x = 24 \times \frac{7}{8}$$

$$x = 21$$

La solution de l'équation est 21.

Activité 2

$$3x - 2 = x + 12$$

$$3x - x = 12 + 2$$

$$x = \frac{14}{2}$$

$$x = 7$$

J'évalue mes acquis

a) $6x - 5 = 3 + 2x$

$$6x - 2x = 3 + 5$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

2 est la solution de l'équation

b) $-\frac{7}{8}x = \frac{3}{10}x - 25$

$$-\frac{7}{8}x - \frac{3}{10}x = -25$$

$$-\frac{94}{80}x = -25$$

$$x = \frac{25 \times 80}{94}$$

$$x = \frac{100}{47}$$

Activité 3

$$(2 - x)(2x + 5) = 0$$

On a : $2 - x = 0$ puis $2x + 5 = 0$

$$x = 2 \quad x = -\frac{5}{2}$$

Les solutions sont 2 et $-\frac{5}{2}$.

J'évalue mes acquis

a) $(3 + x)(7 - x) = 0$ $3 + x = 0$ ou $7 - x = 0$ $x = -3$ ou $x = 7$ Les solutions sont -3 et 7.	b) $(2x - 4)(x + 2) = 0$ $2x - 4 = 0$ ou $x + 2 = 0$ $x = 2$ ou $x = -2$ Les solutions sont 2 et -2.	c) $3x(7 - x) = 0$ $x = 0$ ou $x = 7$ Les solutions sont 0 et 7.
d) $4(6 + x)(x + 1) = 0$ $6 + x = 0$ ou $x + 1 = 0$ $x = -6$ ou $x = -1$ Les solutions sont -6 et -1.	f) $7x(2x - 3)(x + 2) = 0$ $x = 0$ ou $x = \frac{3}{2}$ ou $x = -2$ Les solutions sont 0 ; $\frac{3}{2}$ et -2.	

4. Résoudre un problème de vie courante à l'aide d'équation du premier degré dans $\mathbb{R}$.

Activité 4

1. « s'il la multiplie par 5 et ajoute 12 au produit » se traduit par : $5x + 12$.

« s'il avait retranché le double de cette note à 110 » se traduit par : $110 - 2x$.

2. « s'il la multiplie par 5 et ajoute 12 au produit, on obtient le même résultat que s'il avait retranché le double de cette note à 110 » est traduite par l'équation : $5x + 12 = 110 - 2x$.

$$3. \quad 5x + 12 = 110 - 2x$$

$$5x + 2x = 110 - 12$$

$$7x = 98$$

$$x = \frac{98}{7}$$

$$x = 14$$

La note du chef de classe est : 14.

Les étapes

- Choix de l'inconnue
- Mise en équation
- Résolution
- Vérification
- Conclusion.

J'évalue mes acquis

$$\text{On a : } 2x - 8 = x - 5$$

$$2x - x = -5 + 8$$

$$x = 3$$

5. Résoudre des inéquations du type $ax + b \geq 0$; $ax + b > 0$; $ax + b \leq 0$ et $ax + b < 0$

Utiliser des intervalles pour donner l'ensemble de solution d'une inéquation dans $\mathbb{R}$.

Activité 5

1. On a : $\frac{10}{3}$; $\sqrt{2}$; -1,5
2. Inégalité et addition
3. 0 ; -0,5 ; -1 ; 4.
4. $S = [-2; \rightarrow[$

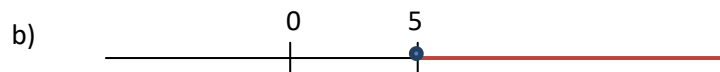
J'évalue mes acquis

1. B et C
2. C
3. A

6. Résoudre des inéquations du type $ax + b \geq cx + d$; $ax + b > cx + d$; $ax + b \leq cx + d$ ou $ax + b < cx + d$

Activité 6

- a) $3x - 7 \geq 3 + x$
 $3x - x \geq 3 + 7$
 $2x \geq 10$
 $x \geq 5$



- c) $S = [5; \rightarrow[$

J'évalue mes acquis

- a) $x < 7 - 6x$
 $x + 6x < 7$
 $7x < 7$
 $x < 1$
 $S =]\leftarrow ; 1[$

- b) $5x + 2 \leq x - 15$
 $5x - x \leq -15 - 2$
 $4x \leq -17$
 $x \leq -\frac{17}{4}$
 $S = \left] \leftarrow ; -\frac{17}{4} \right]$

- c) $2 - 4x > 1 - 6x$
 $-4x + 6x > 1 - 2$
 $2x > -1$
 $x > -\frac{1}{2}$
 $S = \left] -\frac{1}{2} ; \rightarrow \right[$

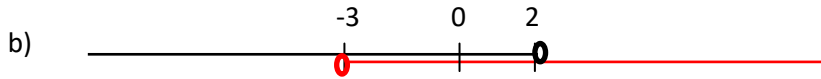
- d) $-3x + \frac{2}{7} \leq -\frac{5}{7} - 2x$
 $-3x + 2x \leq -\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$
 $-x \leq -1$
 $x \geq 1$
 $S = [1; \rightarrow[$

7. Résoudre un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$. Utiliser des intervalles pour donner l'ensemble de solutions d'un système d'inéquations

Activité 7

1. $-2 ; 0 ; \frac{37}{5}$
2. a)

$$\begin{array}{l|l} 5x - 4 > -19 & 3x + 7 < 13 \\ 5x > -15 & 3x < 13 - 7 \\ x > -3 & 3x < 6 \\ & x < 2 \end{array}$$



c) $S =]-3 ; 2[$

3-

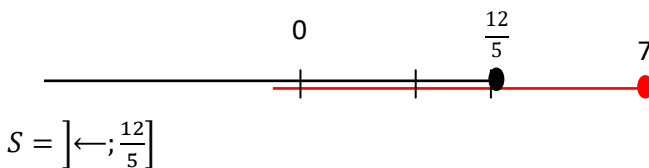
- Résolution de chaque inéquation
- Détermination de l'ensemble de solution de chaque inéquation
- Détermination de l'intersection des ensembles de solution.

J'évalue mes acquis

- 1- On a : $-2 ; 2 ; 2,4 ; \frac{7}{3}$

2- Résolution

$$\begin{array}{l|l} (I_1) : 7x + 3 \geq -9 + 12x & (I_2) : -8x \geq -5x - 21 \\ 7x - 12x \geq -9 - 3 & -3x \geq -21 \\ -5x \geq -12 & x \leq 7 \\ x \leq \frac{12}{5} & \\ S_1 =]\leftarrow ; \frac{12}{5}] & S_2 =]\leftarrow ; 7] \end{array}$$



8. Résoudre un problème de vie courante à l'aide d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}$

2. Justifie que l'inéquation traduite par la phrase « le bénéfice réalisé par ce marchand en une semaine soit supérieur à 160.000 F » a les mêmes solutions que $x - \frac{13}{17}x > 320$.

3. Résous l'inéquation $x - \frac{13}{17}x > 320$.

4. Déduis-en le nombre minimum

5. Donne les étapes.

1. La recette par semaine est de : $500x$

Le bénéfice est : $500x - \frac{650000}{1700}x$ soit $500x - \frac{6500}{17}x$.

$$2. \text{ On a : } 500x - \frac{6500}{17}x > 160000$$

$$x - \frac{6500}{17 \times 500}x > \frac{160000}{500}$$

$$x - \frac{13}{7}x > 320$$

$$3. \frac{4}{17}x > 320$$

$$x > \frac{320 \times 17}{4}$$

$$x > 1360$$

4. Le nombre minimum est 1361 glaces.

J'évalue mes acquis

$$\text{On a : } \frac{1}{2}x - 3 \leq 2x$$

$$\frac{1}{2}x - 2x \leq 3$$

$$-\frac{3}{4}x \leq 3$$

$$x \geq -4$$

$$S = [-4; \rightarrow[$$

Je m'exerce

Exercice 1

- a) Si $x - 5 = 2$ alors $x = 2 + 5$
- b) Si $x + 5 = 2$ alors $x = 2 - 5$
- c) Si $5x = 2$ alors $x = 2 \times \frac{1}{5}$
- d) Si $\frac{x}{5} = 2$ alors $x = 2 \times 5$

Exercice 2

$15 + x = 4$	•—————•	$x = 4 - 15$
$15x = 4$	•—————•	$x = 4 + 15$
$x + 4 = 15$	•—————•	$x = \frac{4}{15}$
$x - 4 = 15$	•—————•	$x = \frac{15}{4}$
$\frac{x}{15} = 4$	•—————•	$x = 4 \times 15$
	•—————•	$x = 15 - 4$

Exercice 3

- a) Si $2x + 9 = 0$ alors $2x = -9$ donc $x = -\frac{9}{2}$.
- b) Si $3x - 9 = 0$ alors $3x = 9$ donc $x = 3$.
- c) Si $-7 + 4x = 0$ alors $4x = 7$ donc $x = \frac{7}{4}$.
- d) Si $2 - \frac{3}{5}x = 0$ alors $-\frac{3}{5}x = -2$ donc $x = \frac{10}{3}$.

Exercice 4

- a) 5 ; b) -5 ; c) 1 et d) 5

Exercice 5

- a) 2 ; b) $\frac{32}{3}$; c) $\frac{27}{2}$; d) $\frac{5}{3}$; e) 3 ; f) $\frac{-2}{3}$

Exercice 6

a) $2x + 3 = -7$
 $2x = -10$
 $x = -5$
 $S_{\mathbb{R}} = \{-5\}$

c) $5 - 2x = 25$
 $-2x = 20$
 $x = -10$
 $S_{\mathbb{R}} = \{-10\}$

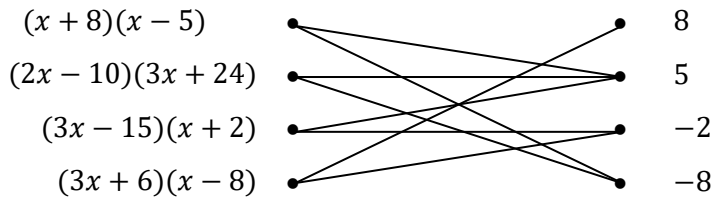
e) $8 = 6 - 2x$
 $-2x = 2$
 $x = -1$
 $S_{\mathbb{R}} = \{-1\}$

b) $-3x + 7 = 10$
 $-3x = 3$
 $x = -1$
 $S_{\mathbb{R}} = \{-1\}$

d) $1 - 3x = 13 - 2x$
 $x = -12$
 $S_{\mathbb{R}} = \{-12\}$

f) $25 = 7 + 4x$
 $4x = 18$
 $x = \frac{9}{2}$
 $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{9}{2}\right\}$

Exercise 7



Exercise 8

a) $2x(2-x) = 0$
 $2x = 0$ ou $2-x = 0$
 $x = 0$ ou $x = 2$
 $S_{\mathbb{R}} = \{0; 2\}$

b) $(2z+4)(z-3) = 0$
 $2z+4 = 0$ ou $z-3 = 0$
 $z = -2$ ou $z = 3$
 $S_{\mathbb{R}} = \{-2; 3\}$

c) $(5+2y)(3y-9) = 0$
 $5+2y = 0$ ou $3y-9 = 0$
 $y = -\frac{5}{2}$ ou $y = 3$
 $S_{\mathbb{R}} = \{-\frac{5}{2}; 3\}$

d) $(2t+1)(t+6) = 0$
 $2t+1 = 0$ ou $t+6 = 0$
 $t = -\frac{1}{2}$ ou $t = -6$
 $S_{\mathbb{R}} = \{-\frac{1}{2}; -6\}$

Exercise 9

a) $x^2 = 0,81$
 $x^2 - 0,81 = 0$
 $(x-0,9)(x+0,9) = 0$
 $x-0,9 = 0$ ou $x+0,9 = 0$
 $x = 0,9$ ou $x = -0,9$
 $S_{\mathbb{R}} = \{0,9; -0,9\}$

b) $x^2 = 6$
 $x^2 - 6 = 0$
 $x^2 - (\sqrt{6})^2 = 0$
 $(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6}) = 0$
 $x-\sqrt{6} = 0$ ou $x+\sqrt{6} = 0$
 $x = \sqrt{6}$ ou $x = -\sqrt{6}$
 $S_{\mathbb{R}} = \{\sqrt{6}; -\sqrt{6}\}$

c) $x^2 = 0$
 $x = 0$
 $S_{\mathbb{R}} = \{0\}$

d) $x^2 = -9$
Pas de solution

e) $3x^2 = 12$
 $3(x^2 - 4) = 0$
 $x^2 - 4 = 0$
 $(x-2)(x+2) = 0$
 $x-2 = 0$ ou $x+2 = 0$
 $x = 2$ ou $x = -2$
 $S_{\mathbb{R}} = \{2; -2\}$

f) $x^2 = \frac{3}{4}$
 $x^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$
 $x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$
 $\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$
 $x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ ou $x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$
 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ou $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

Exercice 10

Appelons a ce nombre

a) On a : $a^2 = 25$ $a^2 - 25 = 0$ $(a - 5)(a + 5) = 0$ $a - 5 = 0$ ou $a + 5 = 0$ $a = 5$ ou $a = -5$	b) $a^2 = 0,4$ $a^2 - 0,4 = 0$ $a^2 - \sqrt{0,4}^2 = 0$ $(a - \sqrt{0,4})(a + \sqrt{0,4}) = 0$ $a - \sqrt{0,4} = 0$ ou $a + \sqrt{0,4} = 0$ $a = \sqrt{0,4}$ ou $a = -\sqrt{0,4}$	c) $a^2 = \frac{100}{49}$ $a^2 - \frac{10^2}{7^2} = 0$ $\left(a - \frac{10}{7}\right)\left(a + \frac{10}{7}\right) = 0$ $a - \frac{10}{7} = 0$ ou $a + \frac{10}{7} = 0$ $a = \frac{10}{7}$ ou $a = -\frac{10}{7}$
---	--	--

Exercice 11

$x - 40 < -50$	•————•	$x < -10$
$x - 40 < 50$	•————•	$x < 10$
$x + 40 < -50$	•————•	$x < 90$
$x + 40 < 50$	•————•	$x < -90$

Exercice 12

$4x \geq 8$	•————•	$x \geq 0,5$
$x \geq 8$	•————•	$2x \geq 8$
$-4x \leq -2$	•————•	$x \geq 2$
$-x \leq -4$	•————•	$4x \geq 32$

Exercice 13

a) $-3 < 2x$; b) $-9,5 < x - 8$; c) $4,5 > -3x$

Exercice 14

a) $0 \leq a + 3$ et $a + 3 \leq 1$.
 b) $0 \leq a + 3 \leq 1$.

Exercice 15

On a : -7.

Exercice 16

a) c)

Exercice 17

$x - 7 > 5$	•————•	$] \leftarrow; -12]$
$13 + x \leq 1$	•————•	$] -12; \rightarrow[$
$-5x < 60$	•————•	$] 12; \rightarrow[$

Exercice 18

a) $x + 5 < 7$ $x < 2$ $S_{\mathbb{R}} =] \leftarrow; 2[$	b) $x - 6 > 11$ $x > 17$ $S_{\mathbb{R}} =] 17; \rightarrow[$
c) $3 + x \leq -6$ $x \leq -9$ $S_{\mathbb{R}} =] \leftarrow; -9]$	d) $13 - x \leq 12$ $-x \leq 12 - 13$ $-x \leq -1$ $x \geq 1$ $S_{\mathbb{R}} = [1; \rightarrow[$

Exercise 19

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x + 1 &> 7 \\ 2x &> 6 \\ x &> 3 \\ S_{\mathbb{R}} &=]3; \rightarrow[\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 9 + 4x &\geq 7 \\ 4x &\geq -2 \\ x &\geq -\frac{1}{2} \\ S_{\mathbb{R}} &= \left[-\frac{1}{2}; \rightarrow\right[\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 5 - 2x &\leq -9 \\ -2x &\leq -14 \\ x &\geq 7 \\ S_{\mathbb{R}} &= [7; \rightarrow[\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } -3x + 2 &\leq -7 \\ -3x &\leq -9 \\ x &\geq 3 \\ S_{\mathbb{R}} &= [3; \rightarrow[\end{aligned}$$

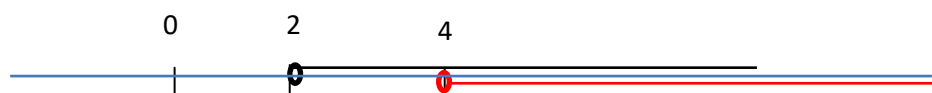
Exercise 20

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 4 > 8 \\ 8x + 5 > 21 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3x - 4 &> 8 \\ 3x &> 12 \\ x &> 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8x + 5 &> 21 \\ 8x &> 16 \\ x &> 2 \end{aligned}$$

$$S_{\mathbb{R}} =]4; \rightarrow[\cap]2; \rightarrow[=]4; \rightarrow[$$

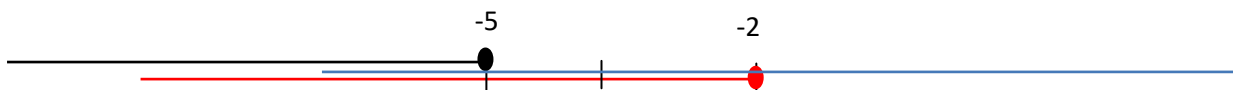


$$\text{b) } \begin{cases} 3x \leq -6 \\ 5 - 4x > 25 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{On a : } 3x &\leq -6 \\ x &\leq -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 - 4x &> 25 \\ -4x &> 20 \\ x &< -5 \end{aligned}$$

$$S_{\mathbb{R}} =]\leftarrow; -2] \cap]\leftarrow; -5] =]\leftarrow; -5]$$

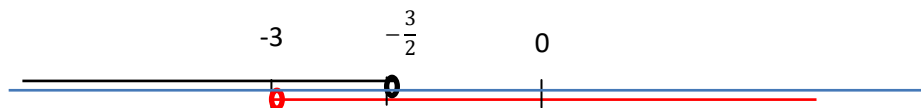


$$\text{c) } \begin{cases} 8x > -24 \\ 2x < -9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{on a : } 8x &> -24 \\ x &> -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &< -9 \\ x &< -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$S_{\mathbb{R}} =]-3; \rightarrow[\cap \leftarrow; -\frac{3}{2}[= \leftarrow; -\frac{3}{2}[$$

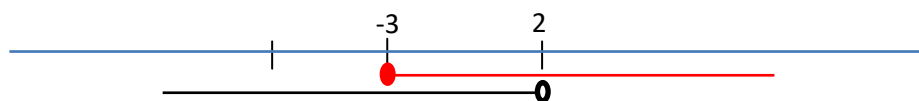


$$\text{d) } \begin{cases} 7x \geq -21 \\ 5x < 10 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{on a : } 7x &\geq -21 \\ x &\geq -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x &< 10 \\ x &< 2 \end{aligned}$$

$$S_{\mathbb{R}} = [-3; \rightarrow[\cap \leftarrow; 2[= [-3; 2[$$



Exercice 21

On désigne par a un de ces nombres et b l'autre.

$$\text{On a : } b = \frac{3}{4}a.$$

Leur somme est égale à 231 est traduite par l'équation : $a + \frac{3}{4}a = 231$.

$$a + \frac{3}{4}a = 231$$

$$7a = 231 \times 4$$

$$a = \frac{231 \times 4}{7}$$

$$a = 33 \times 4$$

$$a = 132 \quad \text{et} \quad b = \frac{3}{4} \times 132 = 99$$

Ces nombres sont 132 et 99.

Exercice 22

On désigne par x le premier de ces nombres le deuxième est : $x + 3$. Le troisième est : $3(x + 3)$.

« La somme de ces trois nombres vaut 2 » se traduit par l'équation : $x + x + 3 + 3(x + 3) = 2$.

$$\text{On a : } 5x + 12 = 2$$

$$5x = -10$$

$$x = -2.$$

C'est nombres sont : -2 ; 1 et 3.

Exercice 23

Soit y la capacité de la citerne.

$$- \text{ Le tiers de sa capacité est : } \frac{1}{3}y.$$

$$- \text{ La moitié de sa capacité est : } \frac{1}{2}y.$$

La phrase : « si on ajoute un tiers de sa capacité elle sera à moitié remplie » est traduite par l'équation :

$$500 + \frac{1}{3}y = \frac{1}{2}y$$

$$\text{On a : } 500 + \frac{1}{3}y = \frac{1}{2}y$$

$$\frac{1}{3}y - \frac{1}{2}y = -500$$

$$-\frac{1}{6}y = -500$$

$$y = 3000$$

Sa capacité est de 3000 litres.

Exercice 24

Soit x le volume de sirop nécessaire pour 27 cl de cette boisson.

Le volume d'eau nécessaire est : $8x$.

Le mélange de cette boisson est : $x + 8x = 9x$.

Or le volume du mélange est 27 cl. Donc on a : $9x = 27$

$$x = \frac{27}{9}$$

$$x = 3$$

Pour 27 cl de cette boisson, il faut 3 cl de sirop et 24 cl d'eau..

Exercice 25

Soit x le prix d'entrée pour adulte. Le prix d'entrée pour enfant est : $x - 800$.

La recette en fonction de x est : $100x + 50(x - 800) = 150x - 40000$.

La recette étant de 260000 permet d'obtenir l'équation suivante : $150x - 40000 = 260000$.

On a : $150x = 300000$

$$x = 2000$$

Le prix des adultes est : 2000F et le prix des enfants est : 1200F.

Exercice 26

Soit x le nombre de kilomètres parcouru. Le montant à payer pour x kilomètres parcouru est de : $250x + 200$

« Un client paie au plus 3700 FCFA » est traduite par l'inéquation : $250x + 200 \leq 3700$

On a : $250x + 200 \leq 3700$

$$250x \leq 3500$$

$$x \leq \frac{3500}{250}$$

$$x \leq 14$$

La distance maximale est de 14 kilomètres.

Exercice 27

Soit x la hauteur d'eau

La quantité d'eau est de : $60 \times 40 \times x = 2400x$

La quantité d'eau maximale est 90 litres soit 90000 cm^3 nous conduit à l'inéquation : $2400x \leq 90000$

$$x \leq \frac{90000}{2400}$$

$$x \leq 37,5$$

La hauteur maximale de l'eau est 37,5 cm.

Exercice 28

Soit n la note du 4^{ème} devoir de l'élève.

La moyenne de cet élève est fonction de n et est : $\frac{8,5+13+9,5+n}{4} = \frac{31+n}{4}$

« l'élève doit avoir une moyenne supérieure ou égale à $\frac{12}{20}$ » . Cette phrase nous conduit à l'inéquation $\frac{31+n}{4} \geq 12$.

On a : $31 + n \geq 48$

$$n \geq 48 - 31$$

$$n \geq 17$$

La note minimale que cet élève doit avoir est 17.

Exercice 29

$$a) \quad 1,25x + 2,75x - 8,25 = 8,50 - 4,25x$$

$$1,25x + 2,75x + 4,25x = 8,50 + 8,25$$

$$8,25x = 16,75$$

$$x = \frac{16,75}{8,25}$$

$$x = \frac{1675}{825} = \frac{67}{33}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{67}{33} \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2 - 3x + 5(x - 3) &= 3x + 8 - 4(x - 1) \\ 2 - 3x + 5x - 15 &= 3x - 4x + 8 + 4 \\ 2x - 13 &= -x + 12 \\ x &= \frac{25}{3} \end{aligned}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{25}{3} \right\}$$

$$\text{c) } 3x - 6[4x + 2 - 2(x + 1)] = 0$$

$$3x - 24x - 12 + 12x + 12 = 0$$

$$-9x = 0$$

$$x = 0$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{0\}$$

Exercise 30

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{4} &= \frac{x}{2} - \frac{x-2}{12} \\ 4(x+1) - 3(x-1) &= 6x - (x-2) \\ 4x - 3x + 4 + 3 &= 6x - x + 2 \\ x + 7 &= 5x + 2 \\ -4x &= -5 \\ x &= \frac{5}{4} \quad S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{5}{4} \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{9x+7}{2} - \left(x - \frac{x-2}{7} \right) &= 36 \\ 7(9x+7) - 2[7x - (x-2)] &= 14 \times 36 \\ 63x + 49 - 14x + 2x - 4 &= 14 \times 36 \\ 51x &= 14 \times 36 - 45 \\ x &= 9 \quad S_{\mathbb{R}} = \{9\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3x - 6[4x + 2 - 2(x + 1)] &= 0 \\ 3x - 24x - 12 + 12x + 12 &= 0 \\ -9x &= 0 \\ x &= 0 \quad S_{\mathbb{R}} = \{0\} \end{aligned}$$

Exercise 31

$$\begin{aligned} \text{a) } 3x\sqrt{5} + 2x &= 4x - x\sqrt{5} - 4 \\ x(3\sqrt{5} + 2 - 4 + \sqrt{5}) &= -4 \\ x(4\sqrt{5} - 2) &= -4 \\ x &= \frac{-4}{4\sqrt{5}-2} \\ x &= \frac{-4(4\sqrt{5}+2)}{76} \\ x &= \frac{-2(2\sqrt{5}+1)}{19} \quad S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{-2(2\sqrt{5}+1)}{19} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3x\sqrt{2} - 11 &= 2x + 7 \\ x(3\sqrt{2} - 2) &= 18 \\ x &= \frac{18}{3\sqrt{2}-2} \\ x &= \frac{18(3\sqrt{2}+2)}{14} = \frac{9(3\sqrt{2}+2)}{7} \end{aligned}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{9(3\sqrt{2}+2)}{7} \right\}$$

$$c) -2x\sqrt{2} = 10$$

$$x = -\frac{10}{-2\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{-5\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{-5\sqrt{2}}{2} \right\}$$

$$d) 2x\sqrt{2} - 3 = 3x + 1$$

$$x(2\sqrt{2} - 3) = 4$$

$$x = \frac{4}{2\sqrt{2}-3}$$

$$x = \frac{4(2\sqrt{2}+3)}{5}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{4(2\sqrt{2}+3)}{5} \right\}$$

Exercise 32

$$a) \frac{x+1}{x+2} = 4$$

$$x + 1 = 4(x + 2)$$

$$x - 4x = 8 - 1$$

$$-3x = 7$$

$$x = -\frac{7}{3}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{7}{3} \right\}$$

$$b) \frac{x+1}{3x-5} = \frac{1}{3}$$

$$3(x + 1) = 3x - 5$$

$$3x - 3x = -8$$

$$0 = -8 \text{ (impossible)}$$

Pas de solution.

$$c) \frac{1-x}{1+x} = \sqrt{2}$$

$$1 - x = \sqrt{2}(1 + x)$$

$$x(-\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} - 1$$

$$x = \frac{\sqrt{2}-1}{-\sqrt{2}-1}$$

$$x = -\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{1}$$

$$x = -(3 - 2\sqrt{2})$$

$$x = 2\sqrt{2} - 3$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{2\sqrt{2} - 3\}$$

$$d) \frac{6x+9}{2x+3} = 3$$

$$6x + 9 = 3(2x + 3)$$

$$6x + 9 = 6x + 9$$

$$0x = 0$$

(Attention l'expression $\frac{6x+9}{2x+3}$ n'est pas définie pour $x = -3/2$)

$$S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$$

Exercise 33

- a) $(3x + 2)^2 - 49 = 0$
 $[(3x + 2) + 7][(3x + 2) - 7] = 0$
 $(3x + 9)(3x - 5) = 0$
 $3(x + 3)(3x - 5) = 0$
 $x + 3 = 0$ ou $3x - 5 = 0$
 $x = -3$ ou $x = \frac{5}{3}$
 $S_{\mathbb{R}} = \left\{-3; \frac{5}{3}\right\}$
- b) $25x^2 = 40x - 16$
 $25x^2 - 40x + 16 = 0$
 $(5x - 4)^2 = 0$
 $5x - 4 = 0$
 $x = \frac{4}{5}$
 $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{4}{5}\right\}$
- c) $(x - 2)^2 = 4(2 - 3x)^2$
 $(x - 2)^2 - [2(2 - 3x)]^2 = 0$
 $[(x - 2) - 2(2 - 3x)][(x - 2) + 2(2 - 3x)] = 0$
 $(7x - 6)(-5x + 2) = 0$
 $7x - 6 = 0$ ou $-5x + 2 = 0$
 $x = \frac{6}{7}$ ou $x = \frac{2}{5}$
 $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{6}{7}; \frac{2}{5}\right\}$
- d) $(3x - 2)(2x - 1) = (2x + 3)(3x - 2)$
 $(3x - 2)(2x - 1) - (2x + 3)(3x - 2) = 0$
 $(3x - 2)[(2x - 1) - (2x + 3)] = 0$
 $-4(3x - 2) = 0$
 $3x - 2 = 0$
 $x = \frac{2}{3}$
 $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{2}{3}\right\}$
- e) $(3x + 2)(x - 5) - (10 - 2x)(x + 4) + (15 - 3x)(x - 3) = 0$
 $(3x + 2)(x - 5) - 2(5 - x)(x + 4) + 3(5 - x)(x - 3) = 0$
 $(x - 5)[(3x + 2) + 2(x + 4) - 3(x - 3)] = 0$
 $(x - 5)(2x + 19) = 0$
 $x - 5 = 0$ ou $2x + 19 = 0$
 $x = 5$ ou $x = -\frac{19}{2}$
 $S_{\mathbb{R}} = \left\{5; -\frac{19}{2}\right\}$
- f) **A supprimer**
- g) **5x** $(x^2 - 2x + 1) = 0$
5x $(x - 1)^2 = 0$
x = 0 ou **x = 1**
 $S_{\mathbb{R}} = \{0; 1\}$

Exercice 34

- $C = (3x - 1)^2 - 4x(2x - 1)$
 $C = 9x^2 - 6x + 1 - 8x^2 + 4x$
 $C = x^2 - 2x + 1$
- $C = x^2 - 2x + 1$
 $C = (x - 1)^2$
- a) $C = 0$
 $(x - 1)^2 = 0$
 $x - 1 = 0$
 $x = 1$
 $S_{\mathbb{R}} = \{1\}$

b) $C = 144$
 $(x - 1)^2 = 12^2$
 $(x - 1)^2 - 12^2 = 0$
 $(x + 11)(x - 13) = 0$
 $x + 11 = 0$ ou $x - 13 = 0$
 $x = -11$ ou $x = 13$
 $S_{\mathbb{R}} = \{-11 ; 13\}$

Exercice 35

- $4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$
 $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$
 $2x^2 + 3x = x(2x + 3)$
- S existe pour
 $2x + 3 \neq 0 ; 2x - 3 \neq 0$ et $x \neq 0$
 $x \neq -\frac{3}{2} ; x \neq \frac{3}{2}$ et $x \neq 0$
- Lorsque S existe, on a :

$$S = \frac{20x}{(2x-3)(2x+3)} + \frac{4}{2x-3} - \frac{5}{2x+3}$$

$$S = \frac{20x+4(2x+3)-5(2x-3)}{(2x-3)(2x+3)}$$

$$S = \frac{20x+8x+12-10x+15}{(2x-3)(2x+3)}$$

$$S = \frac{18x+27}{(2x-3)(2x+3)}$$

$$S = \frac{9(2x+3)}{(2x-3)(2x+3)}$$

$$S = \frac{9}{(2x-3)}$$
 pour $x \neq -\frac{3}{2} ; x \neq \frac{3}{2}$ et $x \neq 0$
 On a : $a = 9 ; b = 2$ et $c = -3$
- $S = 5$
 $\frac{9}{(2x-3)} = 5$
 $9 = 5(2x - 3)$
 $9 = 10x - 15$
 $10x = 24$
 $x = \frac{24}{10}$
 $x = \frac{12}{5}$

Exercice 36

a) $3(x+1) < -4$ $3x < -7$ $x < \frac{-7}{3}$ $S_{\mathbb{R}} =]\leftarrow ; \frac{-7}{3}[$	b) $-4x \leq -3(2x-5)$ $2x \leq 15$ $x \leq \frac{15}{2}$ $S_{\mathbb{R}} = \left] \leftarrow ; \frac{15}{2} \right]$	c) $2x < 20$ $x < 10$ $S_{\mathbb{R}} =]\leftarrow ; 10[$
---	--	--

d) $35 - 14x \geq -12 + 6x$

$$47 \geq 20x$$

$$\frac{47}{20} \geq x$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left] \leftarrow ; \frac{47}{20} \right]$$

Exercice 37

Soit $x-1$; x et $x+1$ ces trois entiers consécutifs.

« la somme de leur carré est 110 » nous conduit à l'équation :

$$(x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 = 110$$

$$x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1 = 110$$

$$3x^2 + 2 = 110$$

$$3x^2 + 2 - 110 = 0$$

$$3x^2 - 108 = 0$$

$$3(x^2 - 36) = 0$$

$$3(x+6)(x-6) = 0$$

$$x+6=0 \text{ ou } x-6=0$$

$$x=-6 \text{ ou } x=6$$

On a : -7 ; -6 et -5 ou 5 ; 6 et 7.

Exercice 38

Soit x ce nombre tel que $x \neq 0$.

Le tiers de ce nombre est : $\frac{x}{3}$.

Le quart de ce nombre est : $\frac{x}{4}$.

Le neuvième de ce nombre est : $\frac{x}{9}$.

« Si on additionne le tiers, le quart et le neuvième de ce nombre, on obtient son inverse » nous conduit à l'équation :

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{9} = \frac{1}{x}$$

$$\text{On a : } 12x^2 + 9x^2 + 4x^2 = 36$$

$$25x^2 = 36$$

$$25x^2 - 36 = 0$$

$$(5x+6)(5x-6) = 0$$

$$5x+6=0 \text{ ou } 5x-6=0$$

$$x = -\frac{6}{5} \text{ ou } x = \frac{6}{5}$$

On a : $x = -\frac{6}{5}$ et $x = \frac{6}{5}$.

Exercice 39

1. $(x - 4)(4x + 1) = 4x^2 + x - 16x - 4$

$$(x - 4)(4x + 1) = 4x^2 - 15x - 4$$

2. Soit x ce nombre.

« Un nombre surpasse son inverse de $\frac{15}{4}$ » nous conduit à l'équation :

$$x = \frac{1}{x} + \frac{15}{4}$$

$$x = \frac{4+15x}{4x}$$

$$4x^2 = 4 + 15x$$

$$4x^2 - 15x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(4x + 1) = 0$$

$$x - 4 = 0 \text{ ou } 4x + 1 = 0$$

$$x = 4 \text{ ou } x = -\frac{1}{4}$$

On a deux nombres qui sont : 4 et $-\frac{1}{4}$.

Exercice 40

1. $(x - 11)(x - 9) = x^2 - 20x + 99$

2. On pose xy ce nombre. x étant le chiffre des dizaines et y le chiffre des unités on a : $xy = 10x + y$

On pose : $x + y = 11$ et $xy + 11 = 10y + x$

On a donc $x(11 - x) + 11 = 10(11 - x) + x$

C'est-à-dire $11x - x^2 + 11 = 110 - 10x + x$

$$\text{Soit } x^2 - 20x + 99 = 0$$

$$(x - 11)(x - 9) = 0 \text{ d'après 1.}$$

$$x = 11 \text{ ou } x = 9$$

On retient $x = 9$ et $y = 11 - 9 = 2$

Le nombre cherché est 92.

Exercice 41

1. Pour $a \neq 0$

$$ax^2 - bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$ax^2 - bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c\right]$$

$$ax^2 - bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right]$$

$$ax^2 - bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right]$$

2. a) $x^2 + 2x - 15 = 0$

$$(x + 1)^2 - 1 - 15 = 0$$

$$(x + 1)^2 - 16 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$x + 5 = 0 \text{ ou } x - 3 = 0$$

$$x = -5 \text{ ou } x = 3$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{-5; 3\}$$

b) $2x^2 + x - 15 = 0$

$$2\left[\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} - \frac{15}{2}\right] = 0$$

$$2\left[\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{121}{16}\right] = 0$$

$$2(x + \frac{12}{4})(x - \frac{10}{4}) = 0$$

$$2(x + 3)(x - \frac{5}{2}) = 0$$

$$x + 3 = 0 \text{ ou } x - \frac{5}{2} = 0$$

$$x = -3 \text{ ou } x = \frac{5}{2}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{-3; 3\}$$

$$c) x^2 - x - 1 = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 1 = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) = 0$$

$$x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = 0 \text{ ou } x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} = 0$$

$$x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}; -\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$$

$$d) -2x^2 + 11x + 6 = 0$$

$$-2\left[x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right] = 0$$

$$-2\left[\left(x - \frac{11}{4}\right)^2 - \frac{121}{16} - 3\right] = 0$$

$$-2\left[\left(x - \frac{11}{4}\right)^2 - \frac{169}{16}\right] = 0$$

$$-2(x - 6)(x + \frac{1}{2}) = 0$$

$$x - 6 = 0 \text{ ou } x + \frac{1}{2} = 0$$

$$x = 6 \text{ ou } x = -\frac{1}{2}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{6; -\frac{1}{2}\right\}$$

Exercice 42

a) $\sqrt{x} = x$ avec $x \geq 0$ $x = x^2$ $x - x^2 = 0$ $x(1 - x) = 0$ $x = 0$ ou $x = 1$ Les solutions sont 0 et 1.	b) $\sqrt{x} + 7x - 5 = \sqrt{x} + 5x + 3$ avec $x \geq 0$ $7x - 5x = 5 + 3$ $x = 8$ La solution est 8.
c) $\sqrt{x - 3} = 3$ avec $x \geq 3$ $x - 3 = 9$ $x = 12$ La solution est 12.	d) $\sqrt{x} + 7x + 5 = \sqrt{x} + 5x + 3$ avec $x \geq 0$ $7x - 5x = -5 + 3$ $2x = -2$ $x = -1$ Cette équation n'a pas de solution

Exercice 43

Soit x le plus petit de ces nombres.

Le plus grand est : $109 - x$ car leur somme est 109.

- En ajoutant 7 au plus petit on a : $x + 7$
- En retranchant 7 au plus grand on a : $109 - x - 7 = 102 - x$
- La phrase « en ajoutant 7 au plus petit et en retranchant 7 au plus grand, leur produit augmente de 28 »

nous conduit à l'équation : $x(109 - x) + 28 = (x + 7)(102 - x)$

$$109x - x^2 + 28 = 102x - 7x - x^2 + 714$$

$$109x - 102x + 7x - x^2 + x^2 = 714 - 28$$

$$14x = 686$$

$$x = \frac{686}{14}$$

$$x = 49 \text{ donc } 109 - 49 = 60$$

Vérification

$$\text{On a : } 49 \times 60 + 28 = 2968$$

$$(49 + 7)(60 - 7) = 56 \times 53 = 2968$$

On obtient donc les nombres 49 et 60.

Exercice 44

a) $15 - 4x \leq 2 + 12x$

$$13 \leq 16x$$

$$\frac{13}{16} \leq x$$

$$\left[\frac{13}{16} ; \rightarrow \right[$$

b) $3 - \frac{2x}{3} + \frac{7}{2} < 5 - 3x + \frac{x}{6}$

$$18 - 4x + 21 < 30 - 18x + x$$

$$-4x + 18x - x < 30 - 18 - 21$$

$$13x < -9$$

$$x < -\frac{9}{13}$$

$$\left] \leftarrow ; -\frac{9}{13} \right[$$

c) $\frac{8x-6}{3} - \frac{7x-5}{2} < 2 - \frac{3x+7}{4}$

$$32x - 24 - 6(7x - 5) < 24 - 3(3x + 7)$$

$$32x - 24 - 42x + 30 < 24 - 9x - 21$$

$$-10x + 6 < -9x + 3$$

$$-10x + 9x < 3 - 6$$

$$-x < -3$$

$$x > 3$$

$$]3 ; \rightarrow[$$

Exercice 45

a) $(3x + 45)(3x + 3) \geq (3x + 6)(3x + 18)$

$$9x^2 + 144x + 135 \geq 9x^2 + 72x + 108$$

$$9x^2 - 9x^2 + 144x - 72x \geq 108 - 135$$

$$72x \geq -27$$

$$x \geq -\frac{27}{72}$$

$$x \geq -\frac{3}{8}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left[-\frac{3}{8}; \rightarrow\right[$$

b) $2(x+2)(x-1) - x^2 > (x+4)^2 - 38$
 $2(x^2 + x - 2) - x^2 > x^2 + 8x + 16 - 38$
 $2x^2 + 2x - 4 - x^2 > x^2 + 8x - 22$
 $2x^2 - x^2 - x^2 + 2x - 8x > -22 + 4$
 $-6x > -18$
 $x < 3$
 $S_{\mathbb{R}} =]\leftarrow; 3[$

Exercice 46

a) $3x + 1 \leq \sqrt{3}(x - 1)$
 $3x - \sqrt{3}x \leq -(\sqrt{3} + 1)$
 $x(3 - \sqrt{3}) \leq -(\sqrt{3} + 1)$
 Cherchons le signe de $3 - \sqrt{3}$
 Comparons 3 et $\sqrt{3}$.
 On a : $3^2 = 9$ et $(\sqrt{3})^2 = 3$
 $9 > 3$ donc $3 > \sqrt{3}$ et donc $3 - \sqrt{3} > 0$
 Comme $3 - \sqrt{3} > 0$
 $x(3 - \sqrt{3}) \leq -(\sqrt{3} + 1)$
 $x \leq -\frac{\sqrt{3}+1}{3-\sqrt{3}}$
 $x \leq -\frac{2(3+2\sqrt{3})}{6}$
 $x \leq -\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$
 $S_{\mathbb{R}} =]\leftarrow; -\frac{3+2\sqrt{3}}{3}]$

b) $x\sqrt{3} + \sqrt{2} > x\sqrt{2} + \sqrt{3}$
 $x(\sqrt{3} - \sqrt{2}) > \sqrt{3} - \sqrt{2}$
 $\sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$ donc
 $x > \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
 $x > 1$
 $S_{\mathbb{R}} =]1; \rightarrow[$

c) $3x - \pi < \pi x - 3$
 $x(3 - \pi) < -3 + \pi$
 $3 - \pi < 0$ donc $x > \frac{-3+\pi}{3-\pi}$
 $x > -1$
 $S_{\mathbb{R}} =]-1; \rightarrow[$

d) $x\sqrt{2} + \sqrt{2} \geq x\sqrt{3} + \sqrt{3}$
 $x(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \geq \sqrt{3} - \sqrt{2}$
 $x \leq \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$
 $x \leq -1$
 $S_{\mathbb{R}} =]\leftarrow; -1]$

Exercice 47

1. a) $\begin{cases} -3x - 4 \leq 4 - x \\ 4x - 5 < 10 - x \end{cases}$

Réolvons : $-3x - 4 \leq 4 - x$ et $4x - 5 < 10 - x$

Soit (I_1) : $-3x - 4 \leq 4 - x$

$$-3x + x \leq 4 + 4$$

$$-2x \leq 8$$

$$x \geq -4$$

$$S_1 = [-4 ; \rightarrow[$$

Soit (I_2) : $4x - 5 < 10 - x$

$$4x + x < 10 + 5$$

$$5x < 15$$

$$x < 3$$

$$S_2 =]\leftarrow ; 3[$$

Soit S l'ensemble des solutions du système

$$S = S_1 \cap S_2 = [-4 ; 3[$$



b) Réolvons : $7 - 4x > 3 - 6x$ et $3x - 9 \leq 3 + x$

(I) : $7 - 4x > 3 - 6x$

$$-4x + 6x > 3 - 7$$

$$2x > -4$$

$$x > -2$$

$$S_{(I)} =]-2 ; \rightarrow[$$

(J) : $3x - 9 \leq 3 + x$

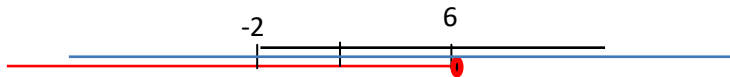
$$3x - x \leq 3 + 9$$

$$2x \leq 12$$

$$x \leq 6$$

$$S_{(J)} =]\leftarrow ; 6]$$

$$S = S_{(I)} \cap S_{(J)} =]-2 ; 6]$$



Exercice 51

1. On a : $m = \frac{4 \times 7 + 6x}{10}$

$$m = \frac{28 + 6x}{10}$$

$$m = \frac{2(14 + 3x)}{2 \times 5}$$

$$m = \frac{14 + 3x}{5}$$

2. La phrase « ses parents lui ont promis un ordinateur, s'il obtenait une moyenne supérieure ou égale à $\frac{13}{20}$ » nous conduit à l'inéquation :

$$\frac{14 + 3x}{5} \geq 13$$

On a : $\frac{14}{5} + \frac{3x}{5} \geq 13$ donc cette note est solution de I.

3. $\frac{14}{5} + \frac{3x}{5} \geq 13$

$$14 + 3x \geq 65$$

$$3x \geq 65 - 14$$

$$x \geq \frac{51}{3}$$

$$x \geq 17$$

4. La note minimale de cet élève doit être : $\frac{17}{20}$.

Exercice 49

- 1- On a : $P_A = 16300x$
 $P_B = 14800x + 9000$

2-

x	0	1	2	6	28	65
PA	0	16300	32600	97800	456400	1059500
PB	9000	23800	38600	97800	423400	971000

- 3- La phrase « le magasin fait la meilleure offre au proviseur » est traduite par l'inéquation :

$$16300x < 14800x + 9000$$

$$16300x - 14800x < 9000$$

$$1500x < 9000$$

- 4- $1500x < 9000$

$$x < \frac{9000}{1500}$$

$$x < 6$$

- 5- Lorsque le nombre est plus grand que 6, le magasin A ne fait plus la meilleure offre donc le proviseur doit choisir le magasin B.

COORDONNEES DE VECTEURS

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Il s'agit d'organiser une sortie détente par des élèves.*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Les organisateurs et tous les élèves de la 3^{ème} 2.*
- Où se déroule l'évènement ? *Lycée Municipal de Maféré*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? *Avoir des informations sur le site*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *Déterminer la distance de Maféré au site de la sortie.*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? *S'organiser pour repérer des vecteurs*

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

Des élèves de 3^{ème} du Lycée Municipal de Maféré, charger d'organiser une sortie détente, présente à leurs camarades de classe un extrait du trajet à parcourir.

- *En vue de connaître la distance qui sépare Maféré au site de la sortie, ceux-ci décident de repérer des vecteurs*
Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers une nouvelle leçon intitulée « Coordonnés d'un vecteur », des moyens et méthodes qui vous permettront de repérer des vecteurs afin de régler ce genre de problème qui se pose dans la situation d'apprentissage.

Activités de découvertes

1. Identifier les différents repères du plan

Activité 1

Résolution

- a) ① Le triangle OIJ est quelconque, car il n'est ni rectangle, ni isocèle, ni rectangle isocèle, ni équilatéral.
- ② Le triangle OIJ est un triangle rectangle.
- ③ Le triangle OIJ est un triangle rectangle isocèle.
- 4 Le triangle OIJ est un triangle isocèle.

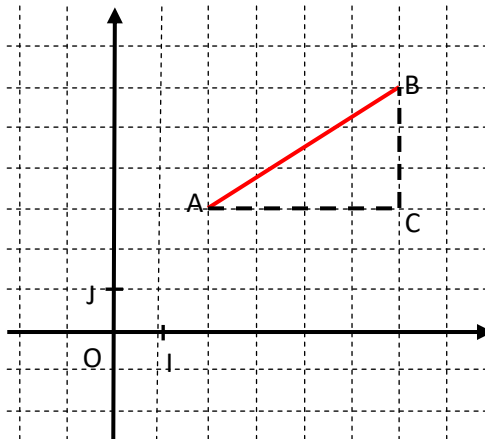
J'évalue mes acquis

- 1) Repère quelconque.
- 1) Repère orthonormé.
- 1) Repère orthogonal.

2. Identifier les coordonnées d'un vecteur – Lire le couple de coordonnées d'un vecteur

Activité 2

Résolution



3. a) $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{OI}$ sont colinéaires. Il existe donc un unique nombre réel x tel que $\overrightarrow{AC} = x \overrightarrow{OI}$.

a) $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{JI}$ sont colinéaires. Il existe donc un unique nombre réel y tel que $\overrightarrow{CB} = y \overrightarrow{OI}$.

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = x \overrightarrow{OI} + y \overrightarrow{OI}$

J'évalue mes acquis

On a :

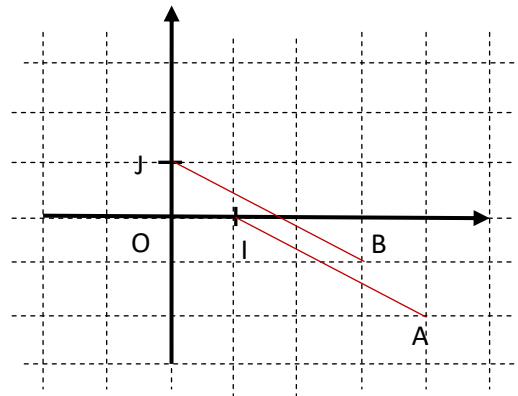
1) (3 ; -5) ; 2) (0 ; -1) ; 3) (1 ; 1)

3. Identifier l'égalité de deux vecteurs à partir de leur couple de coordonnées

Activité 3

Résolution

1)



2) $\overrightarrow{JB} = \overrightarrow{IA}$; car $\begin{cases} \text{. ils ont la même direction} \\ \text{. ils ont le même sens} \\ \text{. ils ont la même longueur} \end{cases}$

3) On aura : $x' = x$ et $y' = y$.

J'évalue mes acquis

1) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ ☐ F

1) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ☐ F

1) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ☐ V

4. Identifier les coordonnées de la somme de deux vecteurs – Calculer les coordonnées de la somme de deux vecteurs

2) Exprimons chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.

$$\overrightarrow{AB} = x \overrightarrow{OI} + y \overrightarrow{OJ}$$

$$\overrightarrow{CD} = x' \overrightarrow{OI} + y' \overrightarrow{OJ}$$

3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (x \overrightarrow{OI} + y \overrightarrow{OJ}) + (x' \overrightarrow{OI} + y' \overrightarrow{OJ})$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (x + x') \overrightarrow{OI} + (y + y') \overrightarrow{OJ}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$$

J'évalue mes acquis

Vecteurs	Couples de coordonnées			
$\overrightarrow{MN}$	(3; 2)	(-6; -5)	(6; -8)	(x; y)
$\overrightarrow{PQ}$	(-1; -3)	(4; 2)	(-7; 1)	(m; n)
$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ}$	(2; -1)	(-2; -3)	(-1; -7)	(x + m; y + n)

5. Identifier les coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel – Calculer les coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel

Résolution

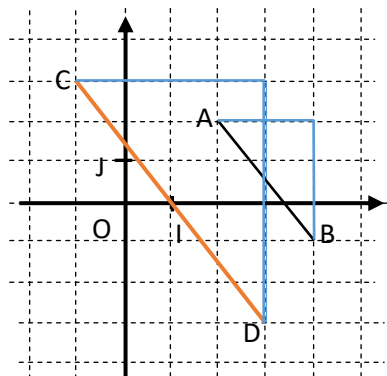
1)

On a : $\overrightarrow{CD} = 2 \overrightarrow{AB}$

$$2 \overrightarrow{AB} = 4 \overrightarrow{OI} - 6 \overrightarrow{OJ}$$

2) $k \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$

On admettra ce resultat.



J'évalue mes acquis

$\overrightarrow{MN}$	(2; 5)	(-2; -3)	$(-\sqrt{2}; \sqrt{3})$	(x; y)
k	3	-5	$\sqrt{3}$	a
$k \overrightarrow{MN}$	(6; 15)	(10; 15)	$(-\sqrt{6}; 3)$	(ax; ay)

6. Connaître la propriété relative à la condition de colinéarité de deux vecteurs – Justifier que deux vecteurs sont colinéaire

Partie A

1) On place les points sans un quadrillage.

2. a) Calculons les coordonnées de $-\frac{1}{3} \overrightarrow{KL}$

$$-\frac{1}{3} \overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \times (-6) \\ -\frac{1}{3} \times 3 \end{pmatrix}; \quad -\frac{1}{3} \overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } \overrightarrow{EF} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{KL}$$

Les droites (EF) et (KL) sont parallèles.

b) La vérification à faire.

c) Calculons $2 \times 3 - (-1) \times (-6)$

$$2 \times 3 - (-1) \times (-6) = 6 - 6$$

$$2 \times 3 - (-1) \times (-6) = 0$$

Partie B

1)

- Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, alors il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{CD}$.
- Si $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{CD}$, alors $x = kx'$ et $y = ky'$ et $xy' - x'y = kx'y' - kx'y'$

$$\text{Donc } xy' - x'y = 0$$

2) Démontrer que si $xy' - x'y = 0$, alors $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

a) Si x' et y' sont nuls, alors $\overrightarrow{CD}$ est le vecteur nul, et il est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.

b) Si $x' \neq 0$ alors $y = \frac{xy'}{x'}$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ \frac{xy'}{x'} \end{pmatrix}$

$$\text{de plus } \frac{x}{x'} \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x' \cdot \frac{x}{x'} \\ y' \cdot \frac{x}{x'} \end{pmatrix} \text{ c'est-à-dire } \frac{x}{x'} \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x \\ \frac{xy'}{x'} \end{pmatrix}$$

$$\text{Finalement } \overrightarrow{AB} = \frac{x}{x'} \overrightarrow{CD}$$

J'évalue mes acquis

$\overrightarrow{MN}$	$\begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2\sqrt{6} \\ 3 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{PQ}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 3 \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} \end{pmatrix}$
Réponse	X			x

7. Connaître la propriété relative à la condition d'orthogonalité de deux vecteurs

Activité 7

- 1) Faire la figure
- 2) On vérifie que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.
- 3) $2 \times 3 + 3 \times (-2) = 6 - 6$
 $2 \times 3 + 3 \times (-2) = 0$
- 4) On a : $xx' + yy' = 0$

J'évalue mes acquis (Justifier que deux vecteurs sont orthogonaux)

$\overrightarrow{AB}$	$(3; -2)$	$(-\sqrt{3}; -\sqrt{6})$	$(3; 5)$	$(a; b)$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ \frac{6}{5} \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{CD}$	$(2; 3)$	$(\sqrt{2}; -1)$	$(-8; -6)$	$(b; -a)$	$(6; -5)$
Réponse	X	X		X	

8. Calculer les coordonnées d'un vecteur

Activité 8

Partie A

- 1) Les points A et B sont placés
- 2) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix}$

Partie B

D'après l'égalité de Chasles, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$.

$$\overrightarrow{OA} = x_A \overrightarrow{OI} + y_A \overrightarrow{OJ} \text{ et } \overrightarrow{OB} = x_B \overrightarrow{OI} + y_B \overrightarrow{OJ}.$$

$$\text{Donc, } \overrightarrow{AB} = (-x_A \overrightarrow{OI} - y_A \overrightarrow{OJ}) + (x_B \overrightarrow{OI} + y_B \overrightarrow{OJ})$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A) \overrightarrow{OI} + (y_B - y_A) \overrightarrow{OJ}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

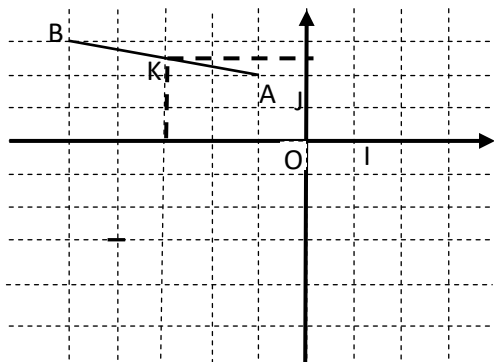
J'évalue mes acquis

A	(3; 0)	$(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$	(2; 5)	$(\frac{2}{3}; \frac{1}{5})$	$(3\sqrt{2} - 5; 6)$
B	(-1; -2)	$(-\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$	(4; 6)	$(\frac{5}{6}; 3)$	$(3\sqrt{2}; 6 - \sqrt{3})$
$\overrightarrow{AB}$	(-4; -2)	$(-\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$	(2; 1)	$(\frac{1}{6}; \frac{14}{5})$	$(5; -\sqrt{3})$

9. Identifier les coordonnées du milieu d'un segment

Activité 9

1. a)



b) Par lecture on a : -3 et 2,5.

c) vérification facile

2. a) $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KB}$

b) $\overrightarrow{AK} \begin{pmatrix} x_K - x_A \\ y_K - y_A \end{pmatrix} ; \overrightarrow{KB} \begin{pmatrix} x_B - x_K \\ y_B - y_K \end{pmatrix}$

Comme $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KB}$, on a : $x_K - x_A = x_B - x_K$ et $y_K - y_A = y_B - y_K$

$$2x_K = x_A + x_B \quad \text{et} \quad 2y_K = y_A + y_B$$

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$

J'évalue mes acquis

A	(3; 0)	(-2; 2)	(-5; -3)	$(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2})$
B	(5; 2)	(4; -6)	(-1; -7)	$(\frac{2}{3}; -\frac{3}{2})$
K milieu de [AB]	(4; 1)	(1; -2)	(-3; -5)	$(\frac{1}{2}; -1)$

10. Connaître la propriété relative à la distance de deux points – Calculer la distance de deux points

Activité 10

Partie A

1) $EF = 4$ et $GF = 3$

2) Calculons EG

EFG est un triangle rectangle en F. D'après la propriété de Pythagore, on a :

$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$

$$EG^2 = 16 + 9$$

$$EG^2 = 25$$

$$EG = 5$$

Partie B

1) $AC = x_C - x_A$; $BC = y_B - y_C$

Or $x_C = x_B$ et $y_C = y_A$

D'où $AC = x_B - x_A$; $BC = y_B - y_A$

ABC est un triangle rectangle en C. D'après la propriété de Pythagore, on a :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

Donc $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

J'évalue mes acquis

$$MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$$

M	(2; 3)	(-5; -6)	(0,3; 0,9)	$(3\sqrt{3}; \sqrt{2})$
N	(5; 7)	(-7; -1)	(0,6; -0,3)	$(\sqrt{3}; -\sqrt{2})$
MN	5	$\sqrt{29}$	$\sqrt{1,53}$	$2\sqrt{5}$

JE M'EXERCICE

Exercice 1

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à $a - 2 = 4$ et $b + 2 = -3$

On a : $a = 6$ et $b = -5$

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à $a + 3 = 2a + 5$ et $5 - b = 3b - 1$

On a : $a = -2$ et $b = \frac{3}{2}$.

Exercice 2

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{DB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Exercice 3

a) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2a-1 \\ 4-3a \end{pmatrix}; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -1 \\ -3a \end{pmatrix}$

b) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 3+4a \end{pmatrix}; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 4 \\ -2a+1 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \text{ dans le cas b) avec } a = -\frac{1}{3}$$

Exercice 4

. $\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires ; car $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB}$.

. $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires ; car $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CE}$.

Exercice 5

Déterminons x pour que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient colinéaires.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient colinéaires donc :

$$4(2x - 1) - (-1)x(x + 4) = 0$$

$$8x - 4 + x + 4 = 0$$

$$9x = 0$$

$$x = 0$$

Exercice 6

Démontrons que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient colinéaires.

$$\text{Calculons } 1x(-m-1) - (-1)x(m+1)$$

$$1x(-m-1) - (-1)x(m+1) = -m-1+m+1 \\ = 0$$

Exercice 7

On a : $x = 2$ et $x = -2$

Exercice 8

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux, donc

1) $m = -\frac{3}{2}$

2) $3m + (-1)(1 - 2m) = 0$

$$3m - 1 + 2m = 0$$

$$5m - 1 = 0$$

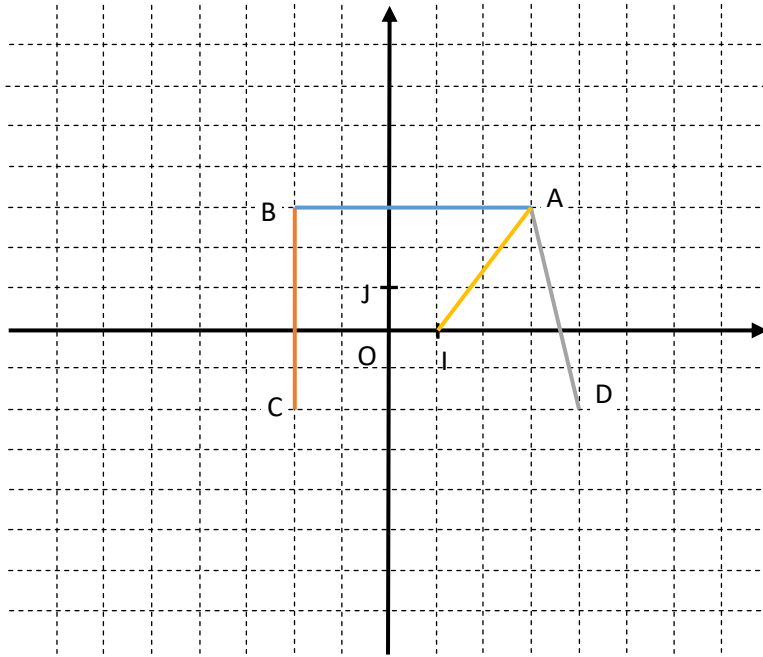
$$m = \frac{1}{5}$$

$$3) mx + 2m + 36 = 0$$

$$m^2 + 18 = 0. \text{ Impossible.}$$

Exercice 9

1)



a) On a :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}; \overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}; \overrightarrow{IA} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \overrightarrow{AB} & \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 - 3 \\ 3 - 3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{BC} & \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -2 - (-2) \\ -3 - 3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{DA} & \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix}; \overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} 3 - 4 \\ 3 - (-3) \end{pmatrix}; \overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{IA} & \begin{pmatrix} x_A - x_I \\ y_A - y_I \end{pmatrix}; \overrightarrow{IA} \begin{pmatrix} 3 - 1 \\ 3 - 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{IA} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Exercice 10

La bonne réponse est c)

Exercice 11

$$1) \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 13 \\ 6 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -15 \\ -8 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} -3 \\ -12 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$2. a) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 19 \\ 4 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} -10 \\ -2 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -10 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$b) 2\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \end{pmatrix} ; \frac{5}{6}\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} ; -3\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 45 \\ 24 \end{pmatrix} ; 3\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} \frac{39}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 12

. E milieu de [AC], donc $E(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2})$.

. F milieu de [BD], donc $F(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2})$.

Exercice 13

a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$: $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas égaux.

b) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$: $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux.

c) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$: $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas égaux.

Exercice 14

Soit $D(x; y)$.

ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

a) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 3-x \\ 4-y \end{pmatrix}$.

Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, on a : $3-x = 4$ et $4-y = 1$. Soit $x = -1$ et $y = 3$.

D'où $D(-1; 3)$.

b) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x-1 \\ y+5 \end{pmatrix}$.

Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, on a : $x-1 = 6$ et $y+5 = -4$. Soit $x = 7$ et $y = -9$.

D'où $D(7; -9)$.

Exercice 15

1) On a : $t_{\overrightarrow{AB}}(O) = K$; donc $\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{AB}$. D'où $K(3; -1)$.

2) Soit $B(x; y)$. D'où $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x-5 \\ y-1 \end{pmatrix}$. Or $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$. Donc $x-5 = 3$ et $y-1 = -1$.

Soit $x = 8$ et $y = 0$.

D'où $D(8; 0)$.

Exercice 16

$$\begin{aligned}1) \quad \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} &= \frac{1}{2}\overrightarrow{CO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} \\ \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} \\ \overrightarrow{OM} &= (-3\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI}) + (7\overrightarrow{OJ} - \frac{3}{2}\overrightarrow{OJ} - \frac{3}{2}\overrightarrow{OJ}) \\ \overrightarrow{OM} &= -2\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}\end{aligned}$$

D'où $M(-2; 4)$.

$$\begin{aligned}2) \quad \overrightarrow{BM} &= 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM} &= 2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} \\ \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{CO} \\ \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{CO} \\ \overrightarrow{OM} &= -2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \\ \overrightarrow{OM} &= (6\overrightarrow{OI} - 2\overrightarrow{OI}) + (-14\overrightarrow{OJ} - 6\overrightarrow{OJ} + 3\overrightarrow{OJ}) \\ \overrightarrow{OM} &= 4\overrightarrow{OI} - 17\overrightarrow{OJ}\end{aligned}$$

D'où $M(4; -17)$.

$$3) \quad 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CM} = \vec{0}. \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x+2 \\ y-3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{D'où } (2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CM}) \begin{pmatrix} 3x+12 \\ 3y-29 \end{pmatrix}. \text{ Or } 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CM} = \vec{0}.$$

$$\text{Donc } 3x+12=0 \text{ et } 3y-29=0$$

$$x = -\frac{12}{3} = -4 \text{ et } y = \frac{29}{3};$$

D'où $M(-4; \frac{29}{3})$.

$$\begin{aligned}4) \quad 3\overrightarrow{BM} &= 2\overrightarrow{AM} \\ 3\overrightarrow{BO} + 3\overrightarrow{OM} &= 2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OM} \\ \overrightarrow{OM} &= -2\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} \\ \overrightarrow{OM} &= 6\overrightarrow{OI} + (-14\overrightarrow{OJ} - 9\overrightarrow{OJ}) \\ \overrightarrow{OM} &= 6\overrightarrow{OI} - 23\overrightarrow{OJ}\end{aligned}$$

D'où $M(6; -23)$.

Exercice 17

$$1) \quad \overrightarrow{PA} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{2}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{AR} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{2}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$2) \quad \text{On a : } \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{AR}. \text{ Donc A est le milieu de [PR].}$$

Exercice 18

$$1) \quad M \in (OJ). \text{ Donc } x = 0.$$

Comme $(AB) \parallel (CM)$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont colinéaires.

Or $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} -1 \\ y-1 \end{pmatrix}$.

Donc $-3(y-1) - 6 = 0$

$$-3y + 3 = 6$$

$$-3y - 3 = 0$$

$$y = -1.$$

D'où $M(0; -1)$.

2) $P(x'; y') \in (OI)$, donc $y' = 0$.

Comme les points C, B et P sont alignés, alors $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BP}$ sont colinéaires.

Or $\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BP} \begin{pmatrix} x'+1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Donc $2x(-3) - (-2)x(x'+1) = 0$

$$-6 + 2x' + 2 = 6$$

$$2x' - 4 = 0$$

$$x' = 2.$$

D'où $P(2; 0)$.

Exercice 19

a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

On a : $-5 \times 0 - 5 \times 6 = -30$. Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires.

b) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$

On a : $-5 \times (-6) - (-6) \times (-5) = 30 - 30$

$$= 0 \text{ Donc } \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{CD} \text{ sont colinéaires.}$$

c) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

On a : $-3 \times 5 - (-2) \times (-2) = -15 - 4$

$$-3 \times 5 - (-2) \times (-2) = -19$$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 20

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$. On a : $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CD}$ donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 21

1) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} m-1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Les points A, B et C sont alignés.

Donc $-3 \times (-1) - (-2) \times (m-1) = 0$

$$3 + 2m - 2 = 0$$

$$2m = -1$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

2) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ m-7 \end{pmatrix}$

Les points A, B et C sont alignés.

Donc $12(m-7) - 0 \times 6 = 0$

$$12(m-7) = 0$$

$$m-7 = 0$$

$$m = 7.$$

3) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -m-7 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} m-3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Les points A, B et C sont alignés.

Donc $(-m-7) \times 2 - 1(m-3) = 0$

$$-2m - 14 - m + 3 = 0$$

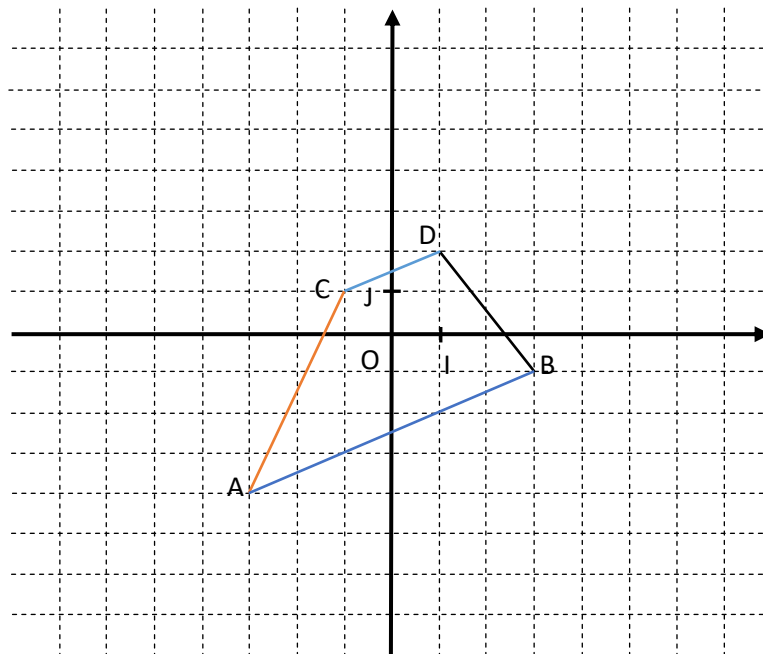
$$-3m - 11 = 0$$

$$-3m = 11$$

$$m = -\frac{11}{3}$$

Exercice 22

Faire la figure



On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

On déduit $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CD}$. Donc ABDC est un trapèze.

Exercice 23

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. Donc

a) $2(m-3) - 1(3m+1) = 0$

$$2m - 6 - 3m - 1 = 0$$

$$-m - 7 = 0$$

$$m = -7$$

On a : $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$. Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont le même sens.

b) $3 \times 5m - (-4)(2m+3) = 0$

$$+8m + 12 = 0$$

$$23 + 12 = 0m^2$$

$$m = -\frac{12}{23}$$

On a : $\overrightarrow{AB} = \frac{23}{15}\overrightarrow{CD}$. Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont le même sens.

c) $(m-2)(m+2) - 3 \times 4 = 0$

$$m^2 - 4 - 12 = 0$$

$$m^2 - 16 = 0$$

$$m = 4 \text{ ou } m = -4.$$

Si $m = 4$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont le même sens.

Si $m = -4$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont de sens contraires ; car $\overrightarrow{AB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$.

Exercice 24

a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$

On a : $(-6) \times 1 + (-1) \times (-6) = -6 + 6$

$$(-6) \times 1 + (-1) \times (-6) = 0.$$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

Par conséquent, ABC est un triangle rectangle en B.

b) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$

On a : $4 \times (-2) + (-6) \times (-5) = 22$

$$4 \times (-6) + (-6) \times 1 = -30$$

$$(-2) \times (-6) + (-5) \times 1 = 7$$

Par conséquent, ABC est un triangle non rectangle.

c) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} \\ 2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3\sqrt{2} \\ -2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ -4 \end{pmatrix}$

On a : $(-2\sqrt{2}) \times (-3\sqrt{2}) + 2 \times (-2) = 8$

$$(-2\sqrt{2}) \times (-\sqrt{2}) + 2 \times (-4) = -4$$

$$(-3\sqrt{2}) \times (-\sqrt{2}) + (-2) \times (-4) = 14$$

Par conséquent, ABC est un triangle non rectangle.

$$d) \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 6 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -5\sqrt{3} \\ 9 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -6\sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } \sqrt{3} \times (-6\sqrt{3}) + 6 \times 3 = -18 + 18 = 0.$$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

Par conséquent, ABC est un triangle rectangle en B.

Exercice 25

$$1) \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } -5 \times 2 + 2 \times 5 = -10 + 10$$

$$-5 \times 2 + 2 \times 5 = 0$$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux. Par conséquent les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

$$2) \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 - \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} + 1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } 2 \times (-1 - \sqrt{3}) + 1 \times (2\sqrt{3} + 1) = -2 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 1 = -1$$

Donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas perpendiculaires.

Exercice 26

1) ABC est un triangle isocèle en C ; donc $AC = CB$.

$$\text{On a : } AC = \sqrt{(x+5)^2 + (2 - (-1))^2}$$

$$AC = \sqrt{(x+5)^2 + 3^2}$$

$$CB = BC = \sqrt{(x-4)^2 + 3^2}$$

$$\text{Or } AC = BC. \text{ Donc } \sqrt{(x+5)^2 + 3^2} = \sqrt{(x-4)^2 + 3^2}$$

$$\text{D'où } (x+5)^2 = (x-4)^2$$

$$(x+5)^2 - (x-4)^2 = 0$$

$$[(x+5) - (x-4)] [(x+5) + (x-4)] = 0$$

$$9(2x+1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

2) ABC est un triangle rectangle en A. Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

$$\text{On a : } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x+5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Comme } \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AC} \text{ sont orthogonaux, } 9(x+5) + 0 \times 3 = 0$$

$$x+5 = 0$$

$$x = -5$$

3) Le triangle ABC est rectangle en B. Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

$$\text{On a : } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x-4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

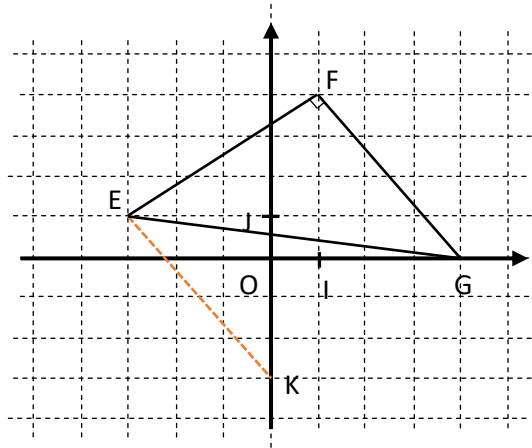
$$\text{Comme } \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BC} \text{ sont orthogonaux, } 9(x-4) + 0 \times 3 = 0$$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

Exercice 27

1) Le graphique



On a : $G(4; 0)$

Par calcul

Soit $G(x; y)$

$G \in (OI)$; donc $y = 0$. D'où $G(x; 0)$

$$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{FG} \begin{pmatrix} x-1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

EFG est un triangle rectangle en F. Donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont orthogonaux.

D'où $4(x-1) + 3 \times (-4) = 0$

$$4x - 16 = 0$$

$$x = 4$$

2) Le graphique

On a : $K(0; -3)$

Par calcul

Soit $K(x; y)$

$K \in (OJ)$; donc $x = 0$. D'où $K(0; y)$

$$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{EK} \begin{pmatrix} 3 \\ y-1 \end{pmatrix}$$

EFK est un triangle rectangle en E. Donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EK}$ sont orthogonaux.

D'où $4 \times 3 + 3(y-1) = 0$

$$12 + 3y - 3 = 0$$

$$9 + 3y = 0$$

$$y = -3$$

Exercice 28

$$1) EF = \sqrt{[(-3) - (-3)]^2 + [(-4) - 2]^2}$$

$$EF = \sqrt{0^2 + (-6)^2}$$

$$EF = \sqrt{36} = 6$$

$$GF = \sqrt{(-4)^2 + 0^2}$$

$$GF = \sqrt{16} = 4$$

$$EG = \sqrt{4^2 + (-6)^2}$$

$$EG = \sqrt{16 + 36}$$

$$EG = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$$

$$2. a) \overrightarrow{EM} \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } 0 \times (-6) - (-4) \times 0 = 0$$

$$\text{Donc } M \in (EF)$$

b) Calcule de EN

EFG est un triangle. $M \in (EF)$ et $N \in (EG)$.

Comme $(MN) \parallel (FG)$, d'après la propriété de Thales, on a :

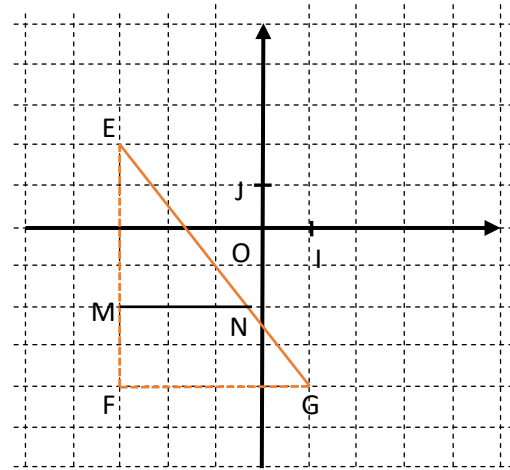
$$\frac{EN}{EG} = \frac{EM}{EF}$$

$$EN = \frac{EM}{EF} \times EG$$

$$EN = \frac{4 \times 2\sqrt{13}}{6}$$

$$EN = \frac{4\sqrt{13}}{3}; \text{ car } EM = 4.$$

Figure



Calcul de MN

EFG est un triangle. $M \in (EF)$ et $N \in (EG)$.

Comme $(MN) \parallel (FG)$, d'après la conséquence de la propriété de Thales, on a :

$$\frac{MN}{FG} = \frac{EM}{EF}$$

$$EN = \frac{8}{3}.$$

$$\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 3 + \frac{11}{6} \\ 2 + \frac{3}{2} \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} \frac{29}{6} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

2) ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (1)

3) On a : $t_{\overrightarrow{AB}}(C) = E$; donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$ (2)

4) D'après les résultats (1) et (2), on conclut que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$.

Par conséquent, C est le milieu de [DE].

5) Soit $D(x; y)$ et $E(x'; y')$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ -4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -3-x \\ 2-y \end{pmatrix}$$

$$\text{Comme } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}, \text{ on a : } -3-x = -\frac{5}{2} \text{ et } 2-y = -4$$
$$x = -\frac{1}{2} \text{ et } y = 6$$

$$\overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} x'+3 \\ y'-2 \end{pmatrix}$$

On a : On a : $t_{\overrightarrow{AB}}(C) = E$; donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$.

$$\text{D'où : } x'+3 = -\frac{5}{2} \text{ et } y'-2 = -4$$

$$x' = -\frac{11}{2} \text{ et } y' = -2$$

Exercice 32

1) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

2) Soit $E(x; y)$ et $F(x'; y')$

$$\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AF} \begin{pmatrix} x' \\ y'+3 \end{pmatrix}$$

Comme $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, On a :

$$x-2 = 1 \text{ et } y-3 = 3$$

$$x = 3 \text{ et } y = 6$$

D'où $E(3; 6)$

Comme $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$, on a : $x' = -3$ et $y' = 3$

Exercice 33

1. a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) On a : $(-4) \times (-3) + (-3) \times 4 = 12 - 12$

$$(-4) \times (-3) + (-3) \times 4 = 0$$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux. Par conséquent, ABC est un triangle rectangle en B.

2. a) $AB^2 = 25$; $AC^2 = 50$; $BC^2 = 25$

b) On a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 34

1) . $AB = \sqrt{(1+3)^2 + (3-2)^2}$

$$AB = \sqrt{16+1}$$

$$AB = \sqrt{17}$$

. $AC = \sqrt{(2+3)^2 + (-1-2)^2}$

$$AC = \sqrt{25+9}$$

$$AC = \sqrt{34}$$

. $BC = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-3)^2}$

$$BC = \sqrt{1+16}$$

$$BC = \sqrt{17}$$

2) On a : $AB^2 = 17$; $BC^2 = 17$; $AC^2 = 34$.

D'où $AC^2 = AB^2 + BC^2$. Donc le triangle ABC est rectangle en B. (On pourrait montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux).

3. a) ABC est un triangle rectangle en B. Donc le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est E milieu de [AC].

$$E\left(\frac{x_A+x_C}{2} ; \frac{y_A+y_C}{2}\right)$$

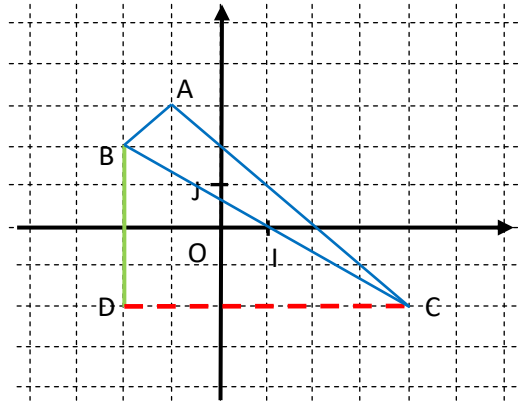
$$E\left(-\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$$

b) Le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC est $\frac{AC}{2}$; soit $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

Exercice 35

Exercice 36

Figure



2) . $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$

On a : $(-1) \times 5 + (-1) \times (-5) = -5 + 5$

$(-1) \times 5 + (-1) \times (-5) = 0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux. Par conséquent, ABC est un triangle rectangle en A.

. $\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$

On a : $0 \times (-6) + (-4) \times 0 = 0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont orthogonaux. Par conséquent, le triangle BDC est rectangle en D.

3) ABC est un triangle rectangle en A et BDC est un triangle rectangle en D.

Donc A et D appartiennent au cercle de diamètre [BC].

D'où A, B, C et D appartiennent au cercle de diamètre [BC] dont le point E, milieu de [BC], est son centre et EB son rayon.

On a : $E(1; 0)$ (soit E et I sont confondus).

Et $EB = \frac{BC}{2}$

$EB = \sqrt{13}$

4) . Encadrement de $\widehat{BCA}$

$AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$; $BC = 2\sqrt{13}$

$\sin \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{13}}{2\sqrt{13} \times \sqrt{13}} = \frac{\sqrt{26}}{26}$

D'où $0,196 < \sin \widehat{BCA} < 0,197$

Donc $11^\circ < \widehat{BCA} < 12^\circ$

. Encadrement de $\widehat{BCD}$

$BD = 4$

$$\sin \widehat{BCD} = \frac{BD}{BC} = \frac{4}{2\sqrt{13}} = \frac{4 \times \sqrt{13}}{2\sqrt{13} \times \sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

$$\text{D'où } 0,554 < \sin \widehat{BCD} < 0,555$$

$$\text{Donc } 33^\circ < \widehat{BCD} < 34^\circ$$

Exercice 37

1. a) Dans le triangle équilatéral OI D, (DH) est une médiane. Donc (DH) est la médiatrice de [OI].

b) Considérons le triangle ODH rectangle en H. D'après la propriété de Pythagore, on a :

$$OD^2 = DH^2 + OH^2.$$

$$\text{D'où } DH^2 = OD^2 - OH^2. \text{ Or } OH = \frac{OD}{2} = \frac{OI}{2}.$$

$$\text{Donc } DH^2 = OD^2 - \frac{OD^2}{4}.$$

$$DH^2 = \frac{3}{4} OD^2. \text{ Soit } DH = \frac{\sqrt{3}}{2} OD$$

2. a) Dans le repère (O,I,J), OI = OJ = OD = 1. Donc :

$$J(0 ; 1) \text{ car } \overrightarrow{OJ} = 0. \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ}$$

$$D\left(\frac{1}{2} ; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ car } \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}. \overrightarrow{OI} + \frac{\sqrt{3}}{2}. \overrightarrow{OJ}$$

$$C\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} ; \frac{1}{2}\right) \text{ car } \overrightarrow{OC} = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right). \overrightarrow{OI} + \frac{1}{2}. \overrightarrow{OJ}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{JD} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{JC} \begin{pmatrix} 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

3- On a : $\frac{1}{2}x(-\frac{1}{2}) - (\frac{\sqrt{3}}{2} - 1)(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}) = -\frac{1}{4} - (\frac{3}{4} - 1) = -\frac{1}{4} - (-\frac{1}{4}) = 0$. Les vecteurs $\overrightarrow{JD}$ et $\overrightarrow{JC}$ sont donc colinéaires. Par conséquent J, D et C sont alignés.

Le premier élève a donc raison.

Exercice 38

$$1) A(0 ; 5) ; B(8 ; 5) ; C(8 ; 0) ; D(0 ; 2)$$

$$2) M(x ; 5)$$

$$\overrightarrow{DM} \begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x - 8 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$3. a) (x - 4)^2 - 1 = x^2 - 8x + 16 - 1$$

$$(x - 4)^2 - 1 = x^2 - 8x + 15$$

$$\text{b) } x^2 - 8x + 15 = (x - 4)^2 - 1$$

$$x^2 - 8x + 15 = [(x - 4) - 1] \times [(x - 4) + 1]$$

$$x^2 - 8x + 15 = (x - 5)(x - 3)$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 3 = 0$$

$$x = 5 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

L'ensemble des solutions de l'équation $x^2 - 8x + 15 = 0$ est : $\{-3; 2\}$

c) . CDM est un triangle rectangle en M. Donc les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{DM}$ sont orthogonaux.

$$\text{D'où } x(x - 8) + 15 = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

On en déduit que $x = 5$ ou $x = 3$.

. CMD est un triangle isocèle en M. Donc $CM = DM$.

$$\text{Soit } (x - 8)^2 + 5^2 = x^2 + 3^2$$

$$x^2 - 16x + 64 + 25 = x^2 + 3^2$$

$$-16x = -80$$

$$x = 5$$

d) Pour $x = 5$, le triangle CDM est isocèle en M. D'où il faut $x = 5$.

Leçon : EQUATIONS DE DROITES

SITUATION D'APPRENTISSAGE

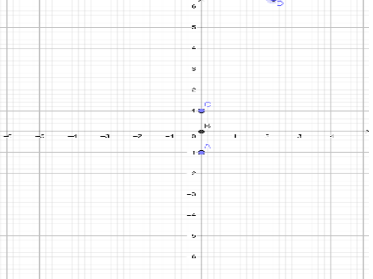
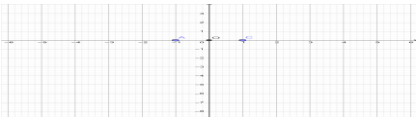
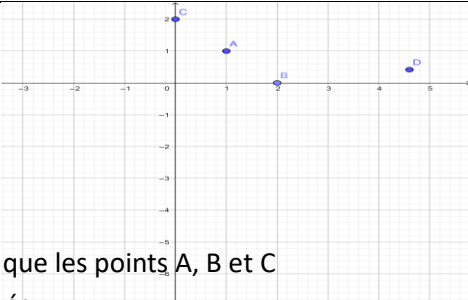
- **Faire dégager le contexte**
 - De quel évènement parle le texte ? *Il s'agit d'un élève qui fait des recherches pour participer au jeu « Génies en herbe » de son établissement.*
 - Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Les acteurs sont les élèves d'une classe de troisième*
 - Où se déroule l'évènement ? *L'évènement se déroule dans un collège.*
 - A quel moment se déroule l'évènement (éventuellement) ? *L'évènement se déroule pendant les recherches.*
- **Faire dégager la (ou les) circonstance(s)**
 - Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? *Le problème posé est : Déterminer des équations et construire des courbes d'équations de type $ax + by + c = 0$ (a et b n'étant pas tous nuls)*
 - Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *Connaître et appliquer les propriétés relatives aux équations.*
- **Faire dégager la (ou les) tâche(s)**
 - - Que décident de faire les acteurs ? *les élèves décident de déterminer des équations et construire des courbes d'équations de type $ax + by + c = 0$ (a et b n'étant pas tous nuls)*
- **Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)**

La détermination des équations de droite, la construction de droites dont on connaît une équation et toutes les propriétés relatives aux équations de droites sont l'objet de la leçon que nous allons découvrir aujourd'hui : Equations de droites.

Identifier une droite – Vérifier l'appartenance ou non d'un point à une droite

Activité 1

1.

	L'équation devient	On peut prendre	Représentation graphique
$a = 1$ et $b = c = 0$	$x = 0$	$(0 ; -1), (0 ; 0), (0 ; 1)$	Les points A, O et C sont alignés 
$b = 1$ et $a = c = 0$	$y = 0$	$(-1 ; 0), (0 ; 0), (1 ; 0)$	Les points A, O et C sont alignés 
$a = 1, b = 1$ et $c = -2$	$x + y - 2 = 0$	$(1 ; 1), (0 ; 2) ; (2 ; 0)$	Il semble que les points A, B et C sont alignés 

2.

Justifier que les points A(1 ; -2), B(-3 ; 6) et C (10 ; -20) sont alignés revient à justifier que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

On a :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 9 \\ -18 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ainsi on a : } (-4) \times (-18) - 8 \times 9 = 72 - 72 = 0$$

Par conséquent les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, donc les points A, B et C sont alignés.

J'évalue mes acquis

Dans les cas a) et c), on a des équations de droites.

Déterminer une équation d'une droite passant par deux points distincts du plan

Activité 2

A(-3 ; 1) et B(1 ; 2)

1. On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x+3 \\ y-1 \end{pmatrix}$
2. M appartient à (AB) équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont *colinéaires*
M appartient à (AB) équivaut à $(y-1) \times 4 - (x+3) \times 1 = 0$
M appartient à (AB) équivaut à $-x + 4y - 7 = 0$

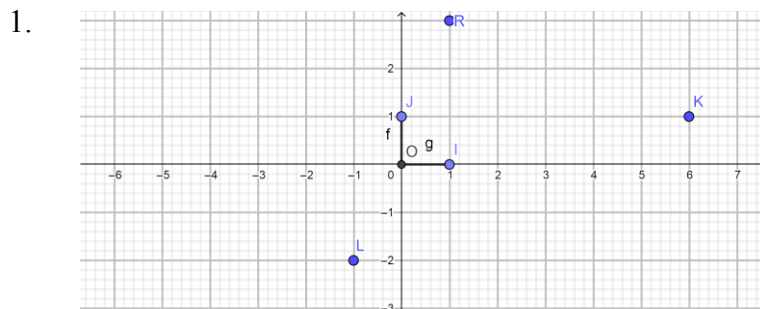
J'évalue mes acquis

Une équation de la droite passant par les points A(-4 ;1) et B(3 ;5) est : $4x - 7y + 23 = 0$

Déterminer une équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée

Activité 3

K(6 ;1), L(-1 ; -2) et R(1 ;3). Soit M(x ;y) un point du plan



2. $\overrightarrow{RM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix}$
3. M appartient à (D) équivaut à $\overrightarrow{RM}$ et $\overrightarrow{KL}$ sont colinéaires
M appartient à (D) équivaut à $(x-1)(-3) - (y-3)(-7) = 0$
M appartient à (D) équivaut à $-3x + 7y - 18 = 0$

J'évalue mes acquis

Une équation de la droite parallèle à (IJ) et passant par le point E(2 ;5) est : $x + 7y - 7 = 0$

Déterminer une équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné

Activité 4

Une équation de la droite (AB) est : $5x + y - 13 = 0$

J'évalue mes acquis

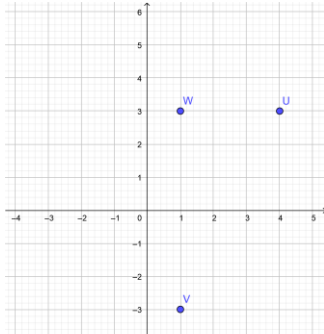
1. b)
2. Une équation de la droite passant par le point H(1 ;2) et de vecteur directeur $\overrightarrow{AH} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ est $2x + 3y - 8 = 0$

Déterminer une équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée dans un repère orthonormé

Activité 5

U(4 ;3), V(1 ; -3), W(1 ;3) et M(x ;y)

1.



2. on a : $\overrightarrow{WM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{UV} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

3. M appartient à (D') équivaut à $\overrightarrow{WM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{UV} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux

M appartient à (D') équivaut à $(-3)(x-1) + (-6)(y-3) = 0$

M appartient à (D') équivaut à $-3x - 6y + 21 = 0$

J'évalue mes acquis

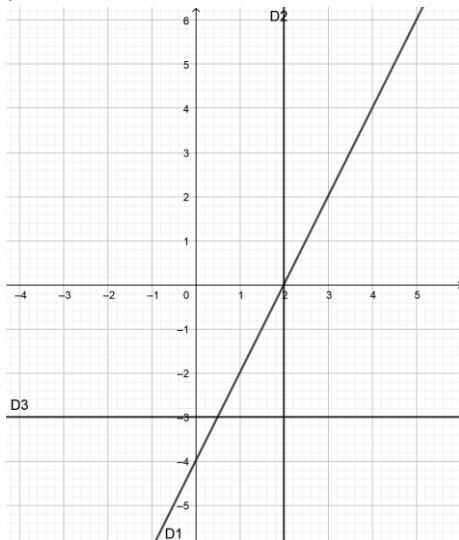
Une équation de la droite passant par F(-2 ; -5) et perpendiculaire à (IJ) est : $x - y - 3 = 0$

Construire une droite dont on connaît une équation

Activité 6

(D₁) : $2x - y - 4 = 0$; (D₂) : $3x - 6 = 0$; (D₃) : $y + 3 = 0$

1.



2. Les droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont : (D₁) et (D₃).

Pour :

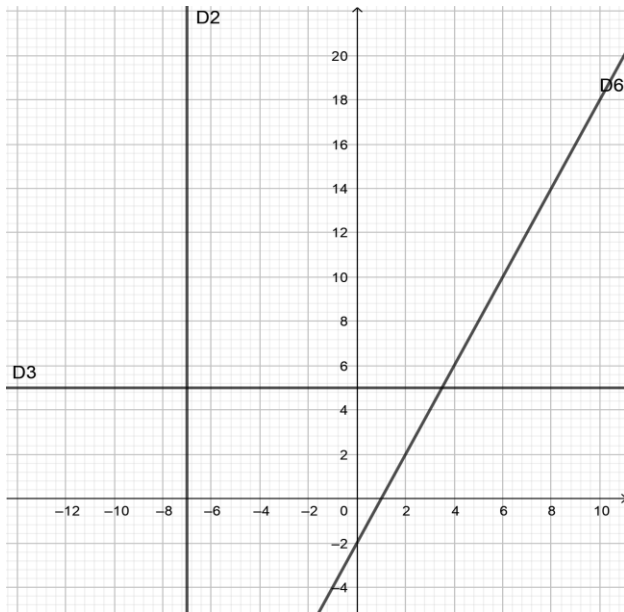
- (D₁), on a : $y = -2x + 4$
- (D₃), on a : $y = -3$

3. (D) : $px + qy + c = 0$

	Ecris une équation de la droite (D)	Dis si la droite (D) coupe l'axe des ordonnées	Exprime y en fonction de x lorsque cela est possible
$p \neq 0$ et $q = 0$	$px + c = 0$	Non	
$p = 0$ et $q \neq 0$	$qy + c = 0$	Oui	$y = -\frac{c}{q}$
$p \in \mathbb{R}$ et $q \neq 0$	$px + qy + c = 0$	Oui	$y = -\frac{px + c}{q}$

J'évalue mes acquis

1.



2. a) Les droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont : (D_1) , (D_3) , (D_4) , (D_5) et (D_6)

b) Seule la droite (D_2) est parallèle à l'axe des ordonnées.

Identifier le coefficient directeur d'une droite

Activité 7

$(D) : y = ax + b$; $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points de (D)

1. a) $A \in (D)$ équivaut à $y_A = ax_A + b$

b) $B \in (D)$ équivaut à $y_B = ax_B + b$

2. On a : $y_B - y_A = ax_B - ax_A = a(x_B - x_A)$

3. De la consigne précédente, on tire : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, $x_B - x_A \neq 0$ car la droite (D) est non parallèle à (OJ)

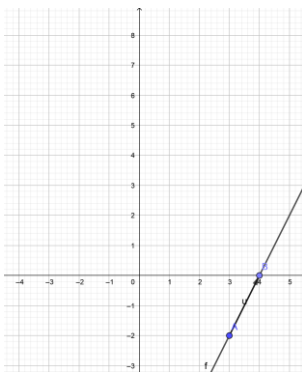
J'évalue mes acquis

Il s'agit de a et c

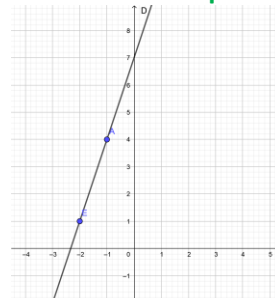
Construire une droite connaissant un de ses points et son coefficient directeur

Activité 8

a)



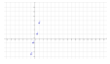
J'évalue mes acquis



Connaitre la propriété relative au parallélisme de deux droites

Activité 9

1-



2. Justifions que $(AB) \parallel (CD)$.

On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2-1 \\ -7-2 \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -9 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2+1 \\ 7+2 \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$

On constate que $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. Ainsi, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

3. Le coefficient directeur a de (AB) est : $\frac{-7-2}{2-1} = \frac{-9}{1} = -9$

Le coefficient directeur a' de (CD) est : $\frac{7+2}{2+1} = \frac{9}{3} = 3$

On constate que : $a = a'$

Démonstration

$(D) : y = ax + b$; $(D') : y = a'x + b'$

1. Un vecteur directeur de (D) est : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$; Un vecteur directeur de (D') est : $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 1 \\ a' \end{pmatrix}$

2. $(D) \parallel (D')$ équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires

$(D) \parallel (D')$ équivaut à $a' - a = 0$

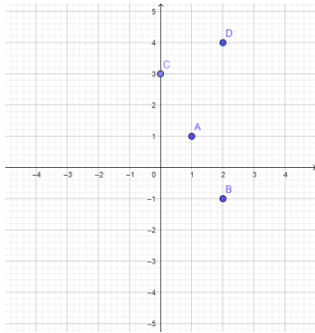
J'évalue mes acquis

a) Vrai ; b) Vrai ; c) Faux ; d) Faux

Connaitre la propriété relative à la perpendicularité de deux droites

Activité 10

1.



2. Justifions que $(AB) \perp (CD)$.

On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2-1 \\ -1-1 \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2-0 \\ 4-3 \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont des vecteurs directeurs respectifs des droites (AB) et (CD) .

On a : $1 \times 2 + (-2) \times 1 = 2 - 2 = 0$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux. Par conséquent $(AB) \perp (CD)$.

3. Le coefficient directeur a de (AB) est : $\frac{-1-1}{2-1} = \frac{-2}{1} = -2$

Le coefficient directeur a' de (CD) est : $\frac{4-3}{2-0} = \frac{1}{2}$

On constate que : $a \times a' = -2 \times \frac{1}{2} = -1$

Démonstration

1. Un vecteur directeur de (D) est : $\overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$; Un vecteur directeur de (D') est : $\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} 1 \\ a' \end{pmatrix}$

2. $(D) \perp (D')$ équivaut à $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{RS}$ sont orthogonaux

$(D) \perp (D')$ équivaut à $1 \times 1 + a \times a' = 0$

$(D) \perp (D')$ équivaut à $a \times a' = -1$

J'évalue mes acquis

$(D_1) \perp (D_5)$; $(D_1) \perp (D_8)$; $(D_2) \perp (D_6)$; $(D_3) \perp (D_6)$; $D_4 \perp (D_7)$

Correction des exercices

Exercice 1

1. Toute équation de droite est de type $ax + by + c = 0$;
2. b) et c)
3. d)

Exercice 2

	$5x - 2y - 1 = 0$	$y = 2x - 7$	(D) passe par A(3 ;1) et B(-6 ;-5)	(D) est parallèle à (L) d'équation $-3x + y + 1 = 0$
Coordonnées d'un vecteur directeur	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -9 \\ -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

Exercice 3

	A(4 ;1) et B(4 ;2)	A(5 ;-1) et B(-2 ;-1)	A(-4 ;-1) et B(1 ;-3)
Equation de (D)	$x = 4$	$y = -1$	$2x - 5y + 3 = 0$

Exercice 4

	A(2 ;-3), B(7 ;5) et C(1 ;1)	A(1/2 ;1), B(3/2 ;-5/2) et C(0 ;2)	A(6 ;5), B(2 ;1) et C(2 ;2)
Equation de (D)	$-4x + 6y + 26 = 0$	$\frac{9}{2}x + \frac{3}{2}y - \frac{15}{4} = 0$	$x - 6 = 0$

Exercice 5

	A(2 ;1) et (D) : $2x - 3y + 2 = 0$	A(-5 ;7) et (D) : $y = 5x - 6$	A(8 ;-3) et (D) ; $y = 4$
Equation de (D')	$2x - 3y - 1 = 0$	$y = 5x + 32$	$y = -3$

Exercice 6

	A(-3 ;5) et $\overrightarrow{RS}\left(\frac{1}{2}\right)$	A(8 ;6) et $\overrightarrow{RS}\left(\frac{1}{0}\right)$
Equation de (D')	$2x - y + 11 = 0$	$y - 6 = 0$

Exercice 7

	A(-5 ;2) ; G(1 ;1) et K(3 ;-4)	A(2 ;3) ; G(4 ;6) et K(5 ;1)	A(11 ;-13) ; G(-3 ;1) et K(-3 ;2)
Equation de (D)	$2x - 5y + 20 = 0$	$x - 5y + 13 = 0$	$y + 13 = 0$

Exercice 8

	$5x + 6y - 1 = 0$	$y = \frac{6-2x}{3}$	$x = 2y - 1$	$x\sqrt{6} - \sqrt{2}y + \sqrt{6} = 0$	$mx + py + n = 0 (p \neq 0)$
Coefficient directeur	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$	$-\frac{m}{p}$

Exercice 9

Equation	Equation réduite	m	p
$4x - 5y + 5 = 0$	$y = \frac{4}{5}x + 1$	$\frac{4}{5}$	1
$7x + y - 1 = 0$	$y = -7x + 1$	-7	1
$2y+8=0$	$y = -4$		-4

Exercice 10

- a) (D) : $3x - 8y + 1 = 0$; cette équation peut s'écrire : $y = \frac{3}{8}x + \frac{1}{8}$; le coefficient directeur de la droite (D) est donc $\frac{3}{8}$;
- b) (D) : $x = 3y + 1$; cette équation peut s'écrire : $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$; le coefficient directeur de la droite (D) est donc : $\frac{1}{3}$;
- c) (D) : $\frac{5}{3}x - \frac{3}{5}y - 1 = 0$; cette équation peut s'écrire : $y = \frac{5}{3} \times \frac{5}{3}x - \frac{5}{3}$; le coefficient directeur de la droite (D) est donc : $\frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{9}$.

Exercice 11 (*attention aux notations : droite (D) et point D ; les points A et F sont identiques*)

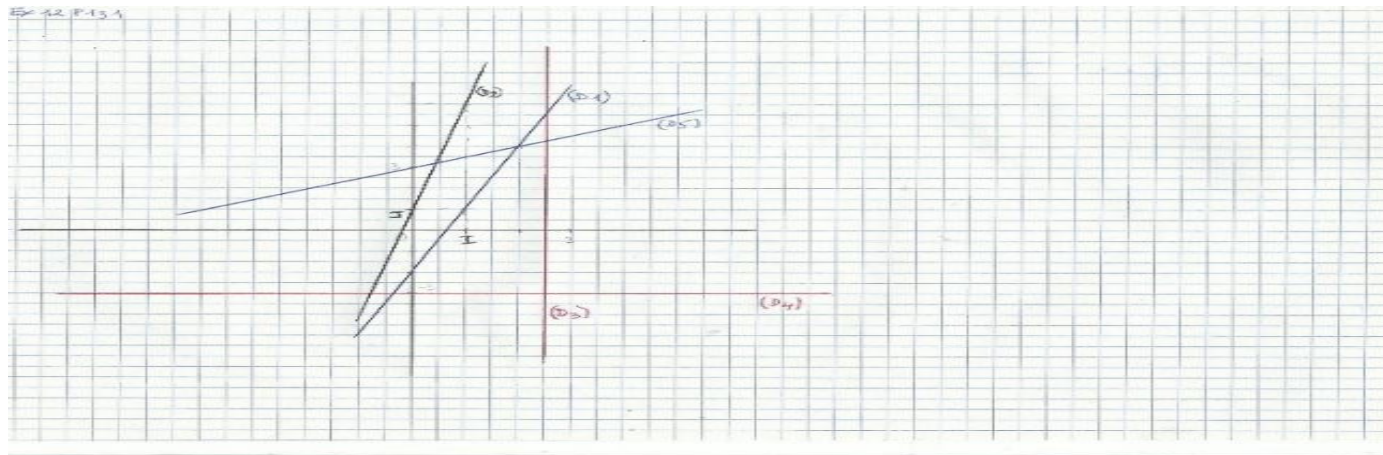
Point	A	B	C	D	E	F	G
Abscisse	-1	1	6	$\frac{-13}{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	0
Ordonnée	0	3	$\frac{21}{2}$	-5	$\frac{-3\sqrt{3} + 3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$

Exercice 12

- $A(3 ; -2)$: on a : $2 \times 3 - 3 \times (-2) - 1 = 6 + 6 - 1 \neq 0$, donc A n'appartient pas à (D) ;
- $B(0 ; 3)$: on a : $2 \times 0 - 3 \times 3 - 1 = -6 - 1 \neq 0$, donc B n'appartient pas à (D) ;

De même, on montre que le point C n'appartient pas à (D) et que les points E et F appartiennent à (D).

Exercice 13



Exercice 14

- La droite (AB) a pour équation : $y = 2$, le coefficient directeur est 0.
- La droite (BC) a pour équation : $y = -4x - 10$, le coefficient directeur de (BC) est -4

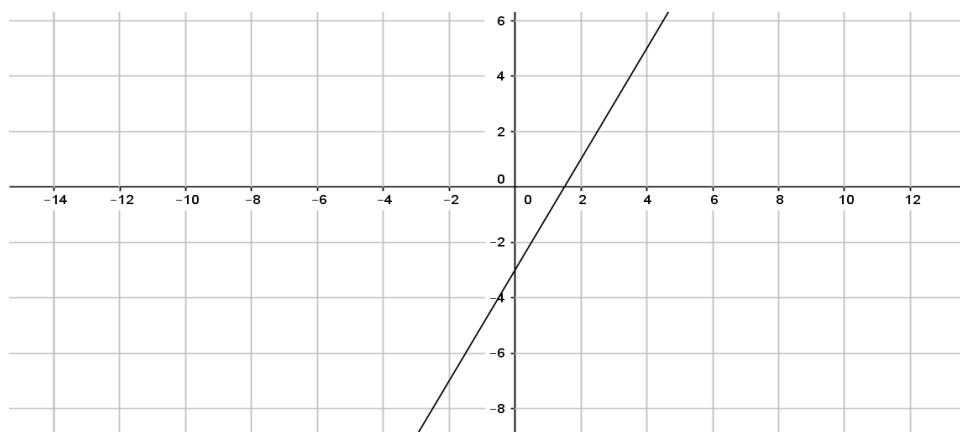
Exercice 15

Le coefficient directeur de la droite (EF) est : $\frac{y-b}{x-a}$ ou $\frac{b-y}{a-x}$

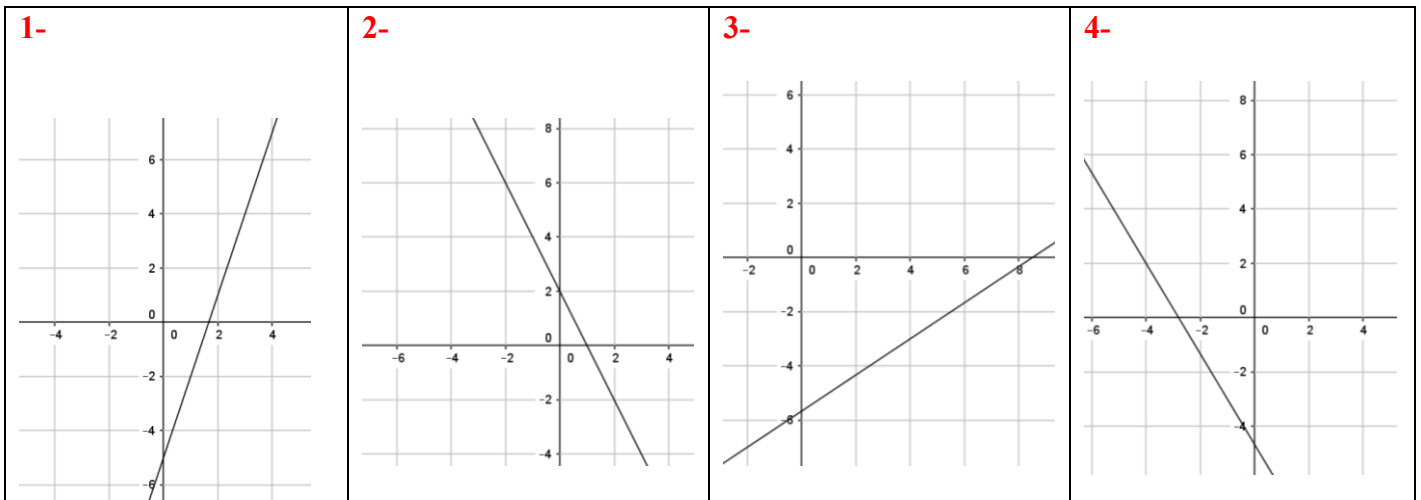
Exercice 16

$A(1 ; 2)$ et $B(3 ; 6)$

Exercice 17



Exercice 18



Exercice 19

- Les droites (D) et (D₃) sont parallèles
- Les droites (D) et (D₄) sont parallèle

Exercice 20

- a) $m = 3$
- b) $m = \frac{-5}{2}$
- c) $m = \frac{2}{3}$

Exercice 21

	A(2 ;4) ; B(5 ;6)	A(11 ;-7) ; B(-12 ; -9)	$A(\sqrt{2} + 1; \sqrt{6}); B(3 + \sqrt{2}; \sqrt{6} - 3)$
Coefficient directeur	$\frac{6 - 4}{5 - 2} = \frac{2}{3}$	$\frac{-9 - (-7)}{-12 - 11} = \frac{2}{23}$	$\frac{\sqrt{6} - 3 - \sqrt{6}}{3 + \sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1)} = \frac{-3}{2}$

Exercice 22

	(D ₁)	(D ₂)	(D ₃)
Coefficient directeur	2	$\frac{-3}{8}$	0

Exercice 23

(D₁) et (D₃) ont le même coefficient directeur. Elles sont parallèles
 (D₂) et (D₄) ont le même coefficient directeur. Elles sont parallèles

Exercice 24

On donne les points A(-2 ;4) ; B(-4 ;-2) ; C(3 ;-1) et D(4 ;2)

1) Les coefficients directeurs a et a' des droites (AB) et (CD) sont :

$$a = \frac{-2-4}{-4-(-2)} = \frac{-6}{-2} = 3 \quad \text{et} \quad a' = \frac{2-(-1)}{4-3} = \frac{3}{1} = 3.$$

$a = a'$, donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) Les coefficients directeurs a et a' des droites (AD) et (BC) sont :

$$a = \frac{2-4}{4-(-2)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3} \quad \text{et} \quad a' = \frac{-1-(-2)}{3-(-4)} = \frac{1}{7}.$$

$a \neq a'$, donc les droites (AD) et (BC) ne sont pas parallèles, elles sont donc sécantes.

Exercice 25

Le coefficient directeur de (D) est -2 ;

	Cas a	Cas b	Cas c	Cas d
Coefficient directeur	-2	2	-1	2
Parallèle à (D)	Oui	Non	Non	Non

Exercice 26

1. $m=3$

2. une équation de (D₁) est : $y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$; le coefficient directeur de (D₁) est donc $\frac{5}{3}$.

Ainsi (D₁)//(D₂) impose que $m - 1 = \frac{5}{3}$, d'où $m = \frac{8}{3}$

3. un vecteur directeur de (D₁) a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$
 un vecteur directeur de (D₂) a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} 1-2m \\ m \end{pmatrix}$

Ainsi (D₁)//(D₂) impose que $8 \times (1 - 2m) - (-5) \times m = 0$ d'où $m = \frac{8}{11}$

Exercice 27

Le coefficient directeur de :

- (L₁) est : $a_1 = \frac{3}{4}$
- (L₂) est : $a_2 = \frac{-3}{4}$
- (L₃) est : $a_3 = \frac{4}{3}$
- (L₄) est : $a_4 = \frac{-4}{3}$

On a :

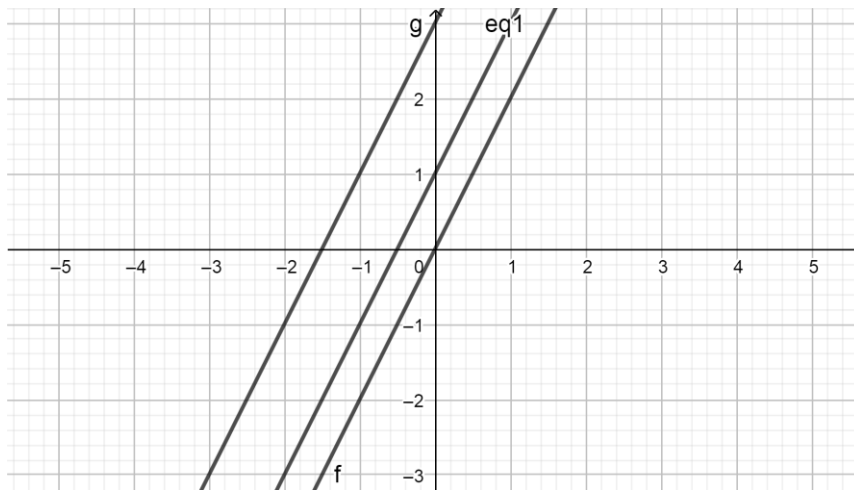
$$a_1 \times a_4 = \frac{3}{4} \times \frac{-4}{3} = -1, \text{ donc (L}_1\text{) et (L}_4\text{) sont perpendiculaires ;}$$

$$a_2 \times a_3 = \frac{-3}{4} \times \frac{4}{3} = -1, \text{ donc (L}_2\text{) et (L}_3\text{) sont perpendiculaires}$$

Exercice 28

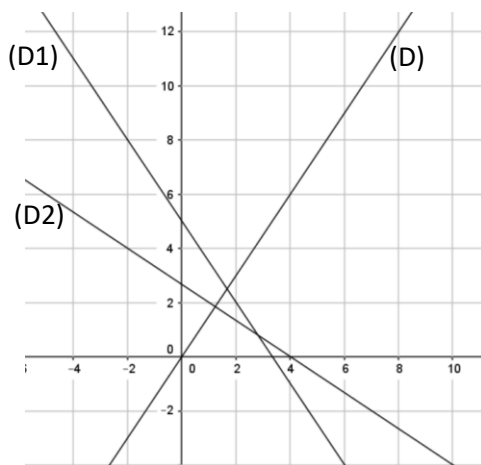
(D₁) et (D₃) sont perpendiculaires car $1 \times 1 + \frac{-3}{2} \times \frac{2}{3} = 0$.

Exercice 29



2. On remarquera que (D_1) et (D_2) sont parallèles à (D) car elles ont le même coefficient directeur. On utilise ce coefficient directeur pour construire les autres droites à partir de la droite (D)

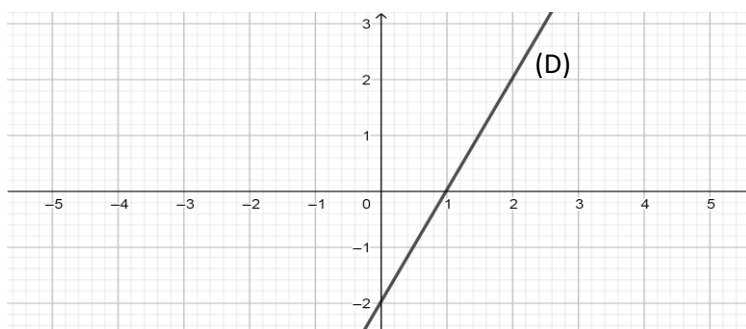
Exercice 30



- (D_1) passe par le point de coordonnées $(0 ; 5)$ et de coefficient directeur $\frac{-3}{2}$
- (D) passe par le point de coordonnées $(0 ; \frac{8}{3})$ et est perpendiculaire à (D) .
-

Exercice 31

1. Pour construire la droite (D) , on peut déterminer les coordonnées de deux points de cette droite et tracer la droite passant par ces points.

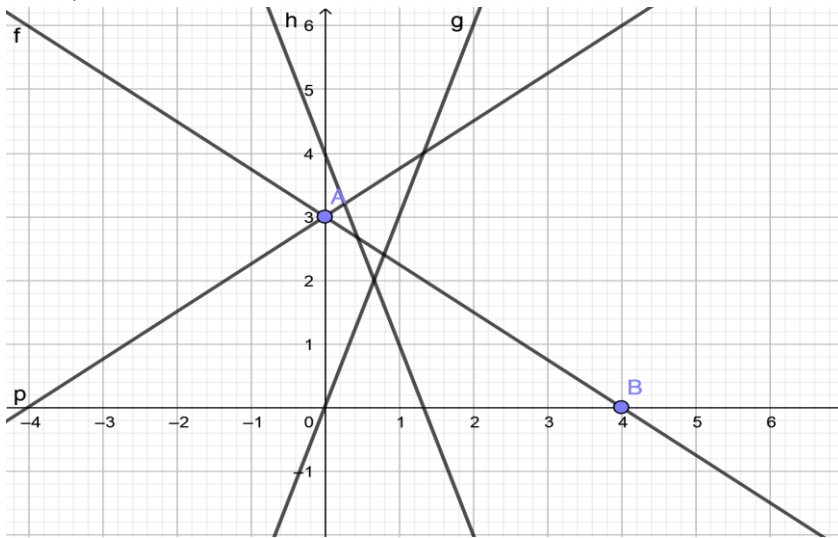


2. $A(1 ; y)$ appartient à (D) équivaut à $2 \times 1 - y - 2 = 0$. on a : $y = 0$. Ainsi on a $A(1 ; 0)$.
 $B(x ; -6)$ appartient à (D) équivaut à $2x - (-6) - 2 = 0$. on a : $x = -2$.
Ainsi on a $B(-2 ; -6)$.

Exercice 32

1. c)

2.



Exercice 33

- on montre que les coordonnées de chacun des points A et B vérifient l'équation ;
- Avec les coordonnées de C, on a : $1 \times 1 - 5 \times 4 - 7 = -26 \neq 0$, donc le point C n'appartient pas à la droite (AB) ; autrement, les points A, B et C ne sont pas alignés
- La droite (AB) coupe l'axe des abscisses en E, alors $E(x ; 0)$; donc $x - 5 \times 0 - 7 = 0$, c'est-à-dire que $x = 7$ et $E(7 ; 0)$
La droite (AB) coupe l'axe des ordonnées en F, alors $F(0 ; y)$; donc $0 - 5 \times y - 7 = 0$, c'est-à-dire que $y = \frac{-7}{5}$ et $F(0 ; \frac{-7}{5})$

Exercice 34

- On peut prendre : $A(\frac{7}{2}; 0)$; $B(2; -1)$ et $C(5; 1)$
- un vecteur directeur de (D) est $\overrightarrow{BC}(\begin{smallmatrix} 3 \\ 2 \end{smallmatrix})$. Soit $\overrightarrow{EF}(\begin{smallmatrix} a \\ -1 \end{smallmatrix})$ un autre vecteur directeur de (D). Alors les vecteurs $\overrightarrow{BC}(\begin{smallmatrix} 3 \\ 2 \end{smallmatrix})$ et $\overrightarrow{EF}(\begin{smallmatrix} a \\ -1 \end{smallmatrix})$ sont colinéaires, donc $3 \times (-1) - 2 \times a = 0$. D'où $a = \frac{-3}{2}$
- De même, on trouve que la deuxième composante du vecteur directeur de (D) de première composante 1 est $\frac{2}{3}$
- un vecteur directeur de (D) est $\overrightarrow{BC}(\begin{smallmatrix} 3 \\ 2 \end{smallmatrix})$. Donc si $\overrightarrow{PQ}(\begin{smallmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} \end{smallmatrix})$ est un vecteur directeur de (D), alors on aurait :
 $3 \times (\frac{-1}{3}) - 2 \times \frac{1}{2} = 0$. Or $3 \times (\frac{-1}{3}) - 2 \times \frac{1}{2} = -1 - 1 \neq 0$
donc $\overrightarrow{PQ}(\begin{smallmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} \end{smallmatrix})$ n'est pas un vecteur de (D)

Exercice 35

- (D) passe par $A(-7 ; -3)$ et a pour coefficient directeur 2

une équation de (D) est donc de la forme : $y = 2x + b$, où b est un nombre réel.

$A(-7 ; -3)$ appartient à (D) équivaut à : $-3 = 2 \times (-7) + b$, d'où on a : $b = 11$

Ainsi une équation de (D) est : $y = 2x + 11$

2. (D) passe par $B(-2 ; 3)$ et est parallèle à (K) d'équation : $3x + 5y - 6 = 0$

donc une équation de (D) est de la forme : $3x + 5y + c = 0$, où c est un nombre réel

$B(-2 ; 3)$ appartient à (D) équivaut à : $3 \times (-2) + 5 \times 3 + c = 0$, d'où on a : $c = -9$

Ainsi une équation de (D) est : $3x + 5y - 9 = 0$

3. (D) passe par $C(1 ; 1)$ et est perpendiculaire à la droite (L) de coefficient directeur -3

le coefficient directeur a de (D) est tel que : $-3 \times a = -1$; d'où $a = \frac{1}{3}$

donc une équation de (D) est de la forme : $y = \frac{1}{3}x + b$, où b est un nombre réel.

$C(1 ; 1)$ appartient à (D) équivaut à : $1 = \frac{1}{3} \times 1 + b$, d'où on a : $b = \frac{2}{3}$

Ainsi une équation de (D) est : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

4. (D) passe par $E(0 ; -3)$ et est perpendiculaire à la droite (L) d'équation $6x - y + 11 = 0$

un vecteur directeur de (L) est $\overrightarrow{PQ}\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 6 \end{smallmatrix}\right)$, d'où un vecteur directeur de (D) est $\overrightarrow{RS}\left(\begin{smallmatrix} -6 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$

donc une équation de (D) est de la forme : $x + 6y + c = 0$, où c est un nombre réel

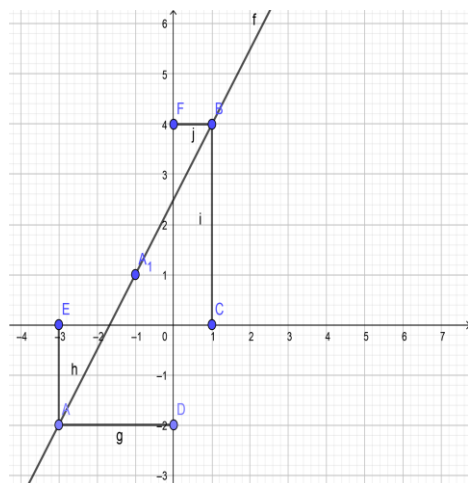
$E(0 ; -3)$ appartient à (D) équivaut à : $0 + 6 \times (-3) + c = 0$, d'où on a : $c = 18$

Ainsi une équation de (D) est : $x + 6y + 18 = 0$

Exercice 36

on vérifie que $K(2 ; 1)$ appartient à chaque droite et que ces droites sont distinctes deux à deux.

Exercice 37



1) L'abscisse du point A de la droite

(D) d'ordonnée -2 est : -3

2) L'ordonnée du point B de la droite

(D) d'abscisse 1 est : 4

Exercice 38

1. Les droites (D_1) et (D_2) n'ont pas le même coefficient directeur, elles sont donc sécantes

$$(D_1) : y = \frac{7}{2}x + 12$$

$$(D_2) : y = \frac{1}{2}x + 3$$

On montre que les coordonnées de P vérifient simultanément les équations de (D_1) et (D_2)

2. La droite (D_1) coupe l'axe des ordonnées en A ; on a donc $A(0 ; y)$. d'où $y = 12$ et $A(0 ; 12)$

La droite (D_2) coupe l'axe des ordonnées en B ; on a donc $B(0 ; y)$. d'où $y = 3$ et $B(0 ; 3)$

les coordonnées du milieu C de $[AB]$ sont : $(0 ; \frac{12+3}{2})$, soit : $(0 ; \frac{15}{2})$

3. On a : $\overrightarrow{PC}\left(\begin{smallmatrix} 0+3 \\ 7,5-1,5 \end{smallmatrix}\right)$, soit $\overrightarrow{PC}\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 6 \end{smallmatrix}\right)$ et $\overrightarrow{OP}\left(\begin{smallmatrix} -3 \\ 1,5 \end{smallmatrix}\right)$; d'où $3 \times (-3) + 6 \times 1,5 = -9 + 9 = 0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{PC} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OP} \begin{pmatrix} -3 \\ 1,5 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux. Ainsi le triangle POC est rectangle en P

Exercice 39

A (1 ; 5) ; B (-2 ; 3) et C (-1 ; -2)

$$1. \text{ Soit K le milieu de [BC]. On : } \begin{cases} x_K = \frac{-2-1}{2} \\ y_K = \frac{3-2}{2} \end{cases}, \text{ d'où : } \begin{cases} x_K = \frac{-3}{2} \\ y_K = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2. \text{ La médiane issue de A a pour vecteur directeur : } \overrightarrow{KA} \begin{pmatrix} 1+3/2 \\ 5-1/2 \end{pmatrix}, \text{ soit } \overrightarrow{KA} \begin{pmatrix} 5/2 \\ 9/2 \end{pmatrix}$$

Soit M(x ; y) un point du plan. on a : $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-5 \end{pmatrix}$

M appartient à (KA) équivaut à : $\overrightarrow{KA}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires

M appartient à (KA) équivaut à : $9x - 5y + 16 = 0$

une équation de la médiane issue de A est donc : $9x - 5y + 16 = 0$

Exercice 40

A(-2 ; 4) ; B(5 ; 8) et C(2 ; -3)

$$1. \text{ On a : } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5+2 \\ 8-4 \end{pmatrix}, \text{ soit } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2+2 \\ -3-4 \end{pmatrix}, \text{ soit } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\text{d'où : } 7 \times 4 + 4 \times (-7) = 28 - 28 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux. Donc les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires en A.
Par conséquent le triangle ABC est rectangle en A.

$$2. \text{ Soit E le milieu de [BC]. On : } \begin{cases} x_E = \frac{7}{2} \\ y_E = \frac{5}{2} \end{cases}, \text{ d'où : } E \left(\frac{7}{2} ; \frac{5}{2} \right)$$

$$3. \text{ On a : } 3x \frac{7}{2} + 11x \frac{5}{2} - 38 = \frac{21+55-76}{2} = \frac{76-76}{2} = 0. \text{ Cela signifie que les coordonnées de E vérifient l'équation de (D), donc (D) passe par le milieu de [BC].}$$

On considère $\overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} -11 \\ 3 \end{pmatrix}$ un vecteur directeur de (D) et le vecteur $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3 \\ -11 \end{pmatrix}$

$$\text{On a : } -3 \times (-11) + (-11 \times 3) = 33 - 33 = 0. \text{ Donc (D) et (BC) sont perpendiculaires}$$

La droite (D) d'équation $3x + 11y - 38 = 0$ est perpendiculaire à (BC) et passe par son milieu. Donc (D) est la médiatrice de [BC].

Exercice 41

$$1. \text{ un vecteur directeur de (D) est : } \overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -a \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ un vecteur directeur de (D')} \text{ est : } \overrightarrow{GH} \begin{pmatrix} -b \\ 1 \end{pmatrix},$$

(D) et (D') sécantes équivaut à $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ non colinéaires

$$(D) \text{ et } (D') \text{ sécantes équivaut à } (-a) \times 1 - (-b) \times 1 \neq 0$$

$$(D) \text{ et } (D') \text{ sécantes équivaut à } -a + b \neq 0$$

2. la condition étant satisfaite, alors les droites (D) et (D') sont sécantes, c'est-à-dire qu'elles ont un seul point commun.

Vérifions que Q(-a-b ; 1) appartient aux deux droites :

On a :

$$\bullet \quad -a - b + a + b = 0 ; \text{ donc Q appartient à (D)}$$

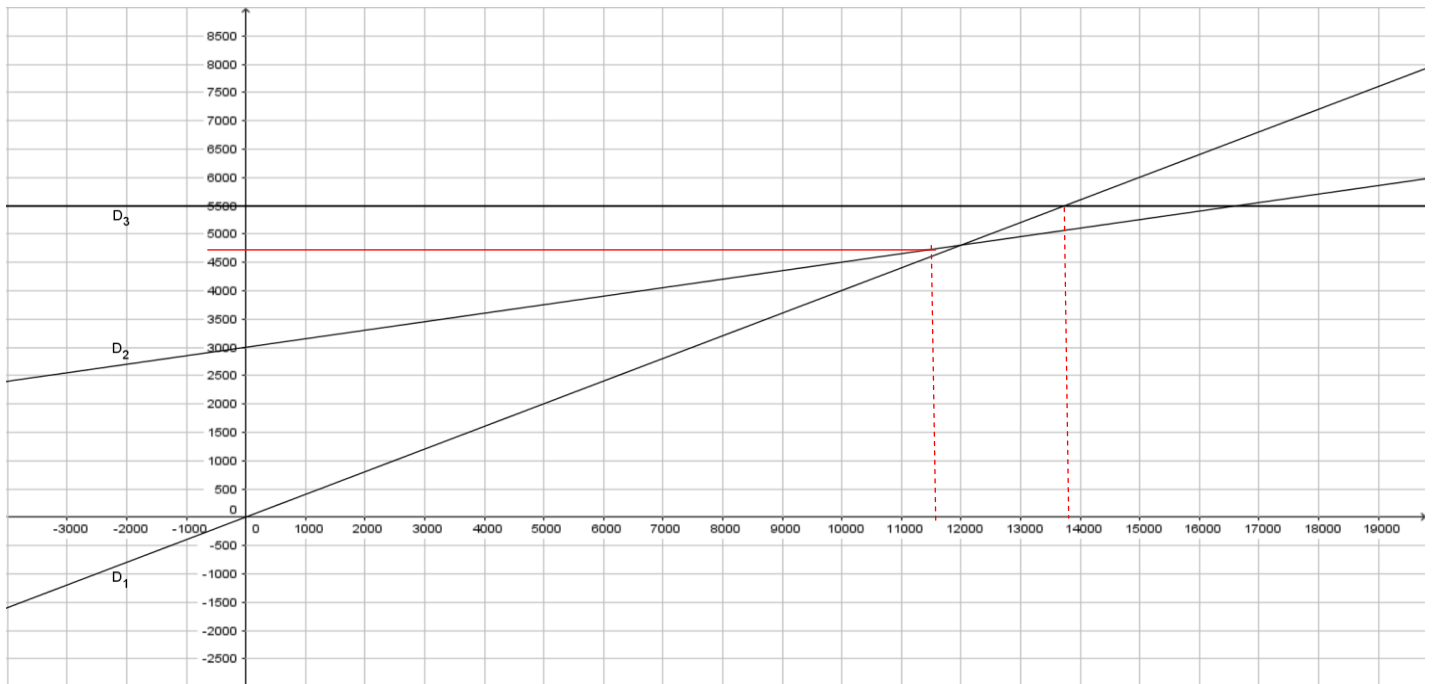
$$\bullet \quad -a - b + b + a = 0 ; \text{ donc Q appartient à (D')}$$

Ainsi donc Q est le point d'intersection de (D) et (D').

3. (D) et (D') sont perpendiculaires si et seulement si $-ax(-b) + x1 = 0$ soit $ab + 1 = 0$

Exercice 42

1. Exprimons Y_1 , Y_2 et Y_3 en fonction de x :
On a : $Y_1 = 0,4x$; $Y_2 = 3000 + 0,15x$ et $Y_3 = 5500$
2. et 3.



Par calcul : le montant des ventes hebdomadaires pour lequel les rémunérations Y_1 et Y_2 sont égales est obtenu en résolvant : $0,4x = 3000 + 0,15x$ et on trouve 12 000frs

4. Pour $x < 13750$, la proposition Y_3 est avantageuse

Pour $x > 13750$, la proposition Y_1 est avantageuse

Leçon 11 : STATISTIQUES

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Il s'agit d'une enquête menée par un élève de 3^{ème} auprès de deux entreprises en vue de savoir laquelle a des employés majoritairement jeunes.*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Un élève et ses camarades de classe de 3^{ème}.*
- Où se déroule l'évènement ? *Dans un collège.*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ? *Connaître l'entreprise qui a des employés majoritairement jeunes.*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *Organiser et traiter les données recueillies.*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? *De s'informer*

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

Un élève de 3^{ème} présente à ses camarades de classe les résultats d'une enquête menée auprès de deux entreprises en vue de savoir laquelle a des employés majoritairement jeunes. En vue d'organiser et de traiter les données recueillies, Ceux-ci décident de s'informer

*Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers une nouvelle leçon intitulée « **Statistiques** », des notions et méthodes de calcul qui vous permettront de régler ce genre de problème qui se pose dans la situation d'apprentissage.*

ACTIVITES DE DECOUVERTE

I-

Activité 1

- 1- a) 12.
b) 24
c) 09

2-

Note	0	1	2	3	4	5	Total
Effectif	2	3	7	12	7	9	40
Fréquence	0,05	0,075	0,175	0,3	0,175	0,225	1

3-

- a) Faux
b) Vrai

J'évalue mes acquis

1- a)

Valeur	4	8	12	14	16
Effectif	2	1	6	3	4
E.C.C	2	3	9	12	16

b)

Groupe	4	8	12
Fréquence	0,4	0,35	0,25
F.C.C	0,4	0,75	1

II-

Activité 2

- 1- a) 0 ; 3 ; 5 ; 8 ; 10 ; 12 ; 13 ; 14 ; 14 ; 15 ; 16 ; 16 ; 17
b) 13
- 2- a) 8 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9 ; 9 ; 12 ; 16 ; 16 ; 17 ; 17 ; 18
b) Non. Il y a un nombre pair de nombres.
Deux notes « centrales » : 9 ; 12
c) $\frac{9+12}{2} = 10,5$
d) Ce nombre partage cette série en deux séries de même effectif.

J'évalue mes acquis

- 1- Faux ; 2- Faux ; 3- Faux ; 4- Faux ; 5- Vrai ; 6- Faux

III-

Activité 3

1-

a)

Prix	[1000 ;1050[	[1050 ;1100[	[1100 ;1150[	[1150 ;1200[	[1200 ;1250[	[1250 ;1300[
Effectif	0	2	1	2	7	3
Fréquence	0	2/15	1/15	2/15	7/15	3/15
F.C.C	0	2/15	3/15	5/15	12/15	15/15

b) 0

c) Intervalle

2- a) [1200 ;1250[

b) et c) voir tableau

J'évalue mes acquis

1-

Poids p	$10 \leq p < 15$	$15 \leq p < 20$	$20 \leq p < 25$	$25 \leq p < 30$	$30 \leq p < 35$	$35 \leq p < 40$
Effectif	6	7	7	3	1	6

2- Deux classes modales : $15 \leq p < 20$ et $20 \leq p < 25$

IV-

Activité 4

$$1- P_1 = \frac{2132,5}{40} = 53,3125$$

2-

a)

Poids(en kg)	[50 ; 51[	[51 ; 52[	[52 ; 53[	[53 ; 54[	[54 ; 55[	[55 ; 56]
Effectif	3	7	4	7	12	7
Centre de la classe	50,5	51,5	52,5	53,5	54,5	55,5

$$b) P_2 = \frac{50,5 \times 3 + 51,5 \times 7 + 52,5 \times 4 + 53,5 \times 7 + 54,5 \times 12 + 55,5 \times 7}{40} = \frac{2139}{40} = 53,475$$

$$c) P_1 \approx P_2$$

J'évalue mes acquis

1 –

Classe	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	Total
Effectif	12	8	4	2	26
Centre de la classe	5	15	25	35	
Produit du centre par l'effectif	60	120	100	70	350

$$2- \text{Moyenne} = \frac{350}{26} = 13,46$$

V-

Activité 5

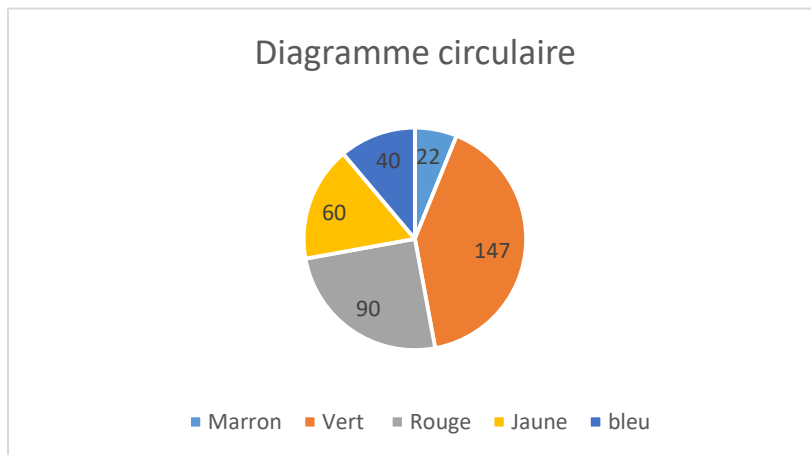
1-

- a) $\frac{1}{2}$ permet de passer de la 2^{ème} à la 3^{ème} ligne du tableau
 2 permet de passer de la 3^{ème} à la 2^{ème} ligne du tableau

Couleur	Marron	Vert	Rouge	Jaune	Bleu	Total
Effectif	45	295	180	120	80	720
Mesure du secteur angulaire (en degré)	22	147	90	60	40	360

- b) 5 secteurs angulaires

2-



J'évalue mes acquis

Modalité	A	B	C	D	Total
Effectif	20	30	25	15	90
Mesure du secteur angulaire (en degré)	80	120	100	60	360

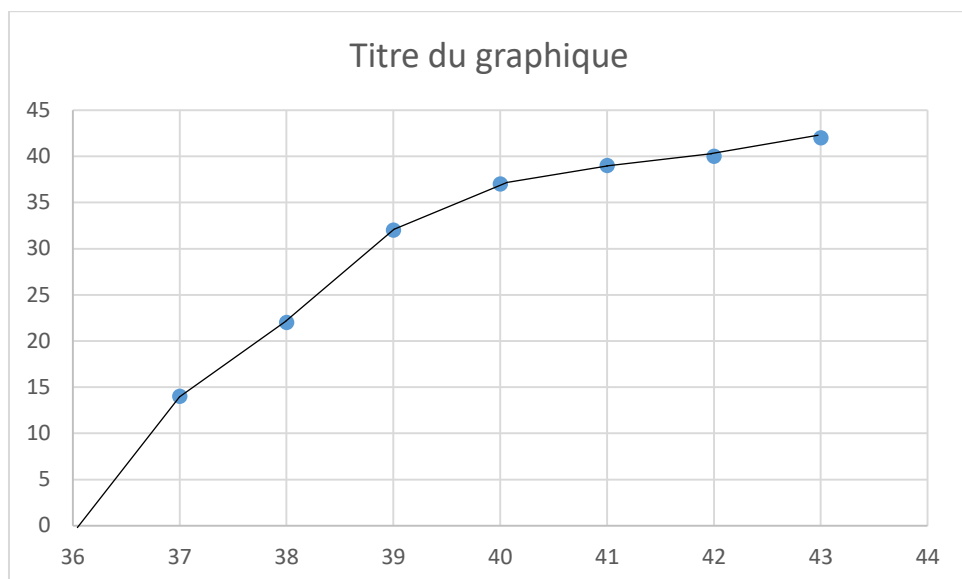
VI-

Activité 6

1- a)

Pointure	37	38	39	40	41	42	43
Effectif	14	8	10	5	2	1	2
E.C.C	14	22	32	37	39	40	42

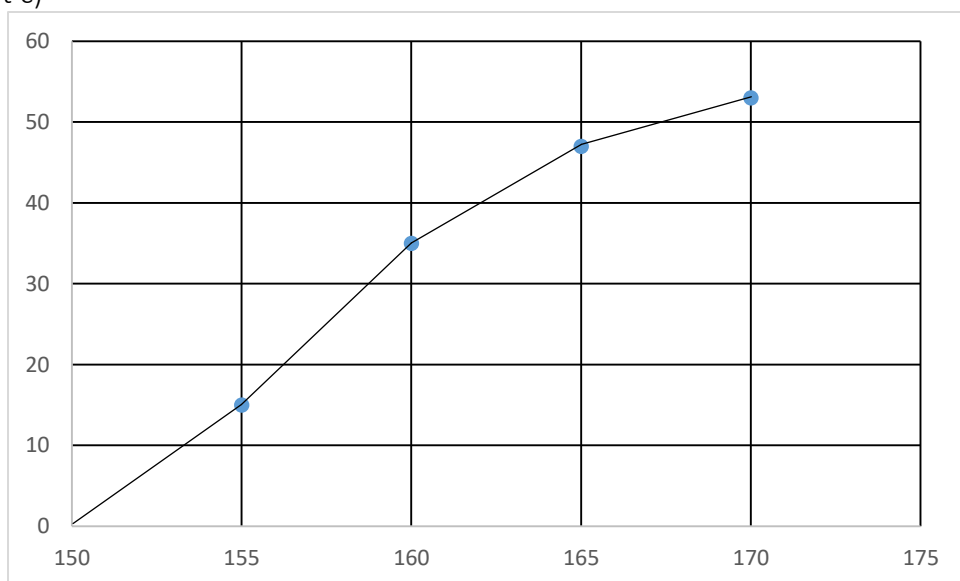
b) et c)



2- a)

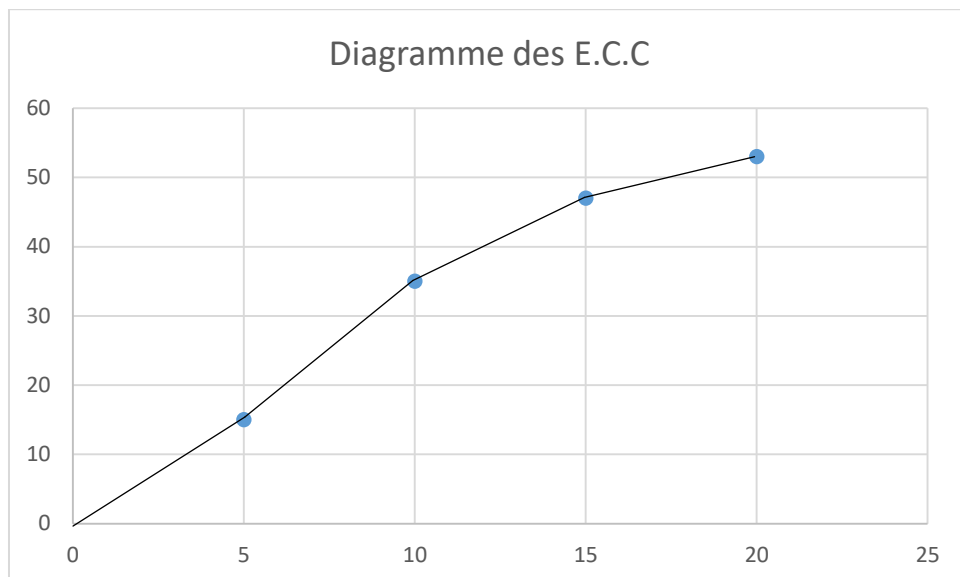
Taille (en cm)	[150 ; 155[	[155 ; 160[	[160 ; 165[	[165 ; 170[
Effectif	15	20	12	6
E.C.C	15	35	47	53

b)et c)



J'évalue mes acquis

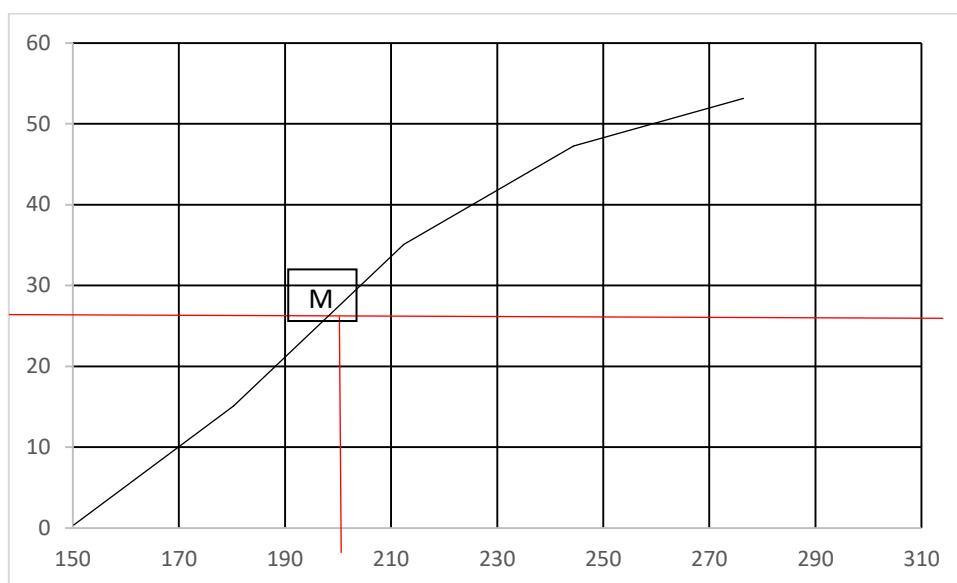
Note	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[
Effectif	15	20	12	6
E.C.C	15	35	47	53



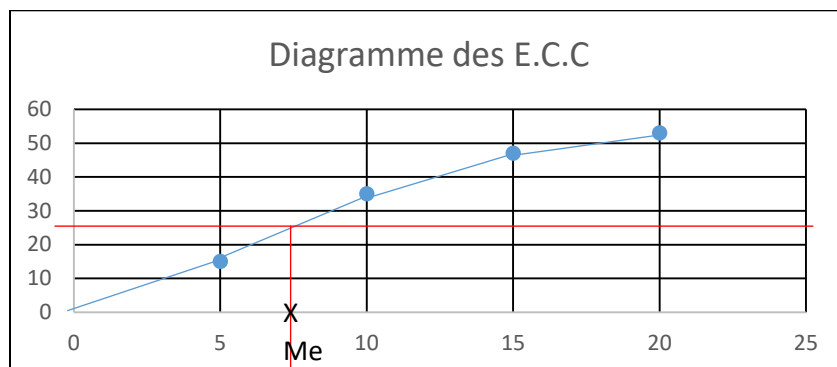
VII-

Activité 7

1- et 2-



J'évalue mes acquis



Je m'exerce

1- Exercice d'application/Fixation

Exercice 1

1- d) ; 2- b) ; 3- d)

Exercice 2

a) Vrai ; b) Vrai

Exercice 3

1) C) ; 2A)

Exercice 4

Valeur	A	B	C	D	E
Effectif	1	2	11	8	3
E.C.C	1	3	14	22	25

Exercice 5

Valeur	F	I	J	K
Effectif	70	120	160	275
E.C.C	70	190	350	625

Exercice 6

1- Il a **plus de** 08/20 et **moins de** 15/20

2- Il a **plus de** 09/20 et **moins de** 13/20

Exercice 7

a) "Dans une série statistique ordonnée la **médiane** est la valeur qui partage cette série en deux **groupes** de même **effectif**

b) « Dans une série statistique, **50%** des valeurs sont au-dessus de la médiane et **50%** sont en dessous »

Exercice 8

a) 21,5 ; b) 275,5 ; c) 4

Exercice 9

La médiane est 9.

Exercice 10

Le pH médian est 7. 50% des boissons ont un pH inférieure ou égale à 7 (elles sont acides) et 50% des élèves ont une note supérieure ou égale à 7 (elles sont basiques).

Exercice 11

50% des élèves ont une note inférieure ou égale à 11 et 50% des élèves ont une note supérieure ou égale à 11.

Exercice 12

1- a) 4000 ; b) 1500

2- Le salaire médian

Exercice 13

- 1- La valeur moyenne du pH est 6,95
- 2- Le pH médian est 7.
- 3- 50% des boissons ont un pH inférieure ou égale à 7 (elles sont acides) et 50% des élèves ont une note supérieure ou égale à 7 (elles sont basiques).
- 4-

Exercice 14

- a) [160 ; 165[; b) [5 ; 10[

Exercice 15

Masse (en kg)	[1,5 ; 2[	[2 ; 2,5[	[2,5 ; 3[	[3 ; 3,5[	[3,5 ; 4[	[4 ; 4,5[	[4,5 ; 5[
Nombre de nouveaux nés	1	3	7	9	11	2	3

Exercice 16

- [6 ; 7[; [7 ; 8[; [8 ; 9[; [9 ; 10[

Exercice 17

Classes	[65 ; 75[	[75 ; 85[	[85 ; 95[	[95 ; 105]
Effectif	10	11	1	8

Exercice 18

- 1-

Classes	[90 ; 100[	[100 ; 110[	[110 ; 120[	[120 ; 130[	[130 ; 140[	[140 ; 150[
Effectif	2	2	7	10	7	2

- 2- [120 ; 130[

Exercice 19

- [1,50 ; 1,70[; [1,70 ; 1,90[; [1,90 ; 2,10[

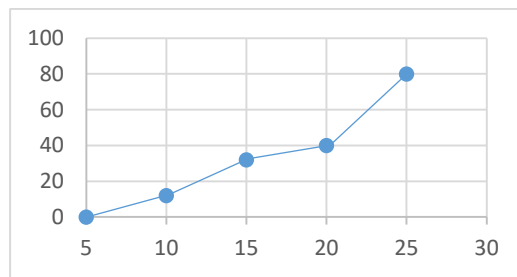
Exercice 20

- 1-

Vitesse	[75 ; 80[	[80 ; 85[	[85 ; 90[	[90 ; 95[	[95 ; 100[	[100 ; 105[	[105 ; 110[
Effectif	4	1	19	6	3	2	1

- 2- Les automobilistes qui devraient être verbalisés sont les 10 qui roulent à plus de 90km/h Soit 27,8%.

Exercice 21



Exercice 22

« La moyenne d'une série statistique à caractère continu est le **quotient** de la somme des **produits** des centres des classes par leur **effectif correspondant** par l'**effectif total**. »

Exercice 23

1-

Montant (en milliers de francs CFA)	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[	Total
Effectif	12	20	8	40	80
Centre de classe	17,5	22,5	27,5	32,5	
« Produit »	210	450	220	1300	2180

2- Montant moyen : $\frac{2180}{80} = 27,25$ (en milliers de francs CFA)

Exercice 24

$$M = \frac{0,5 \times 70 + 1,5 \times 250 + 2,5 \times 100 + 3,5 \times 230 + 4,5 \times 250 + 5,5 \times 100}{1000} = \frac{3140}{1000} = 3,14 \text{ h soit } 3 \text{ h } 8 \text{ min } 24 \text{ s}$$

Exercice 25

a) Faux ; b) Faux ; c) Faux

Exercice 26

Figure inexploitable

Exercice 27

1- et 2-

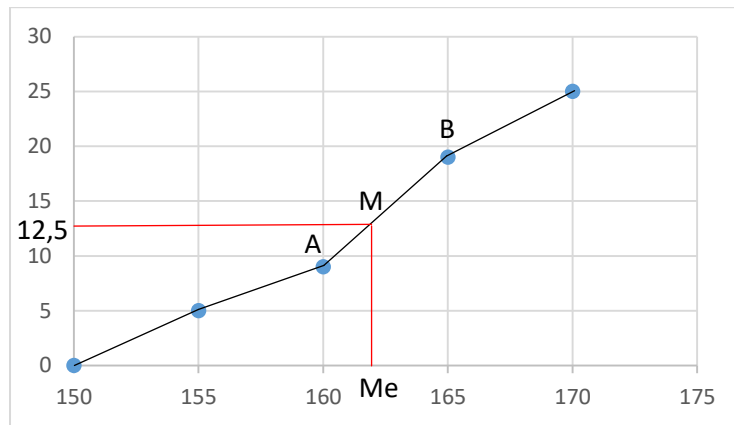
a)

Taille(en cm)	[150 ; 155[	[155 ; 160[	[160 ; 165[	[165 ; 170[
Effectif	5	4	10	6
E.C.C	5	9	19	25

L'effectif total est 25 (impair), donc la Médiane est la 13^{ème} valeur. On a donc $160 < M_e < 165$.

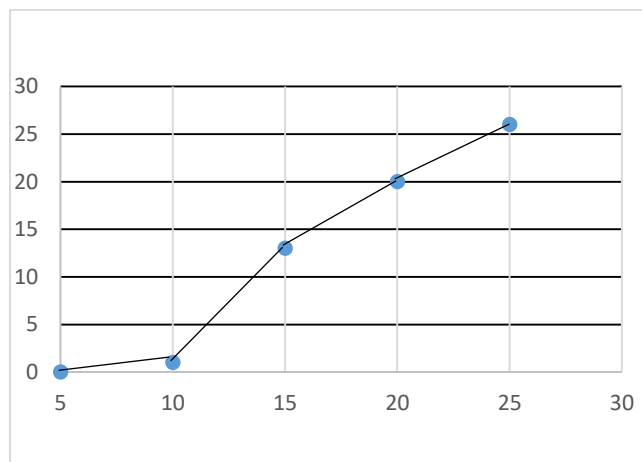
On sait aussi que M_e correspond à l'effectif $\frac{25}{2} = 12,5$.

Les points A(160 ; 9), B(165 ; 19) et M(M_e ; 12,5) étant alignés, on a les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} M_e - 160 \\ 12,5 - 9 \end{pmatrix}$ qui sont colinéaires c'est-à-dire $5 \times 3,5 - 10(M_e - 160) = 0$
 $10M_e - 1600 = 17,5$
 $M_e = 161,75$



b)

Taille en cm	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[
Effectif	1	12	7	6
E.C.C	1	13	20	26



Exercice 28

Déterminer sur le graphique l'antécédent de $\frac{55}{2} = 27,5$ sur l'axe des abscisses

Exercice 29

Déterminer sur le graphique l'antécédent de $\frac{1}{2} = 0,5$ sur l'axe des abscisses. On trouve 350

2- Exercices de renforcement

Exercice 30

c)

Exercice 31

a) Faux ; b) Faux ; c) Faux

Exercice 32

1-

Salaire	900	1050	1350	1800	2250	Total
Mes d'angle	90°	60°	120°	60°	30°	360°
Effectif	270	180	360	180	90	1080
E.C.C	270	450	810	990	1080	

2- 1350

3- 1337,5

4- 1350

5- Le salaire fréquent

Exercice 33

1-

$$M = \frac{021 \times 2 + 17 \times 4 + 33 \times 6 + 12 \times 8 + 17 \times 10}{100} = 5,74 \text{ (en milliers de francs)}$$

2- 5,72(en milliers de francs)

Exercice 34 (énoncé inexploitable)

1-

Exercice 35

1-

Durée	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[
Effectif	17	36	141	171	56	68
E.C.C	17	53	194	365	421	489

$$2- M = \frac{2,5 \times 17 + 7,5 \times 36 + 12,5 \times 141 + 17,5 \times 171 + 22,5 \times 56 + 27,5 \times 68}{489} = 16,76 \text{ soit } \approx 16 \text{ min } 45 \text{ s}$$

3- 365

Exercice 36

1)

Note	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectif	2	5	2	2	3	2	7	2

2)

$$M = \frac{8 \times 2 + 9 \times 5 + 10 \times 2 + 11 \times 2 + 12 \times 3 + 13 \times 2 + 14 \times 7 + 15 \times 2}{25} = 11,72$$

- 3) 12
 4) 13 ou 14 ou 15
 5) La note 10

Note	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectif	2	5	2	2	3	2	7	2
Fréquence en%	8	20	8	8	12	8	28	8
F.C.C	8	28	36	44	56	64	92	100

III- Situations d'évaluation

Exercice 37

1)

$$M = \frac{2,5 \times 10 + 7,5 \times 20 + 12,5 \times 16 + 17,5 \times 9 + 22,5 \times 15}{70} \approx 12,43 \text{ min soit } 12 \text{ min } 25 \text{ s}$$

2) 15 clients soit $\approx 21\%$ sont mécontents.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- **Faire dégager le contexte**

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ?

Il s'agit d'un élève qui présente une trouvaille à ses camarades de classe

- Quels sont les acteurs de cet évènement

Un élève de 3^{ème} et ses camarades de classe

- Où se déroule l'évènement ?

Dans une salle de classe

- A quel moment se déroule l'évènement (éventuellement) ?

La veille de l'examen du BEPC

- **Faire dégager la (ou les) circonstance(s)**

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ?

Le problème posé est : Identifier les étapes de la résolution d'un système de deux équations ou de deux inéquations.

- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?

Connaître les systèmes de deux équations ou de deux inéquation

Connaître les étapes de la résolution des systèmes de deux équations ou de deux inéquation et les appliquer.

- **Faire dégager la (ou les) tâche(s)**

- Que décident de faire les acteurs ?

Les élèves décident de s'informer sur les systèmes de deux équations ou de deux inéquation et aussi sur les étapes de la résolution des systèmes.

- **Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)**

Cette leçon portera sur les systèmes de deux équations ou de deux inéquation et aussi sur la résolution des systèmes de deux équations ou de deux inéquation

Correction des activités

Activités 1

a- $x + y = 204$

b- $10000x + 5000y = 3\,600\,000$

J'évalue mes acquis

a- $2x - 6y + 9 = 0$

Activité 2

1- Soient x et y les deux nombres , $x + y = 29$

2- La réponse fausse est : $(11 ; 17)$

J'évalue mes acquis

Les couples solutions sont : $(2 ; -3) ; (8 ; -18)$ et $(-4 ; 12)$

Activité 3

- 1- $b = 6$
- 2- $a = -1$
- 3- Les couples $(-4, -4)$; $(2 ; -)$ sont aussi solution

J'évalue mes acquis

Soient L et l les dimensions, on a : $2(L + l) = 60$ soit $L + l = 30$ avec $(L < l)$

L	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
l	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Activité 4

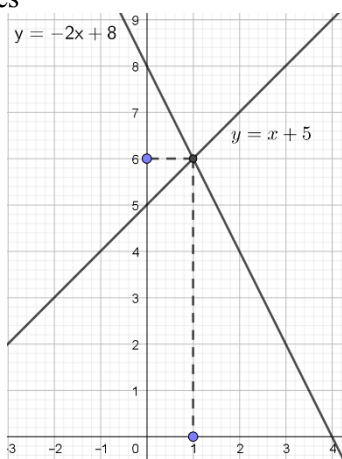
$$\begin{cases} 2x + y < 1100 \\ x + 3y < 1550 \end{cases}$$

J'évalue mes acquis

a) ; c) et d).

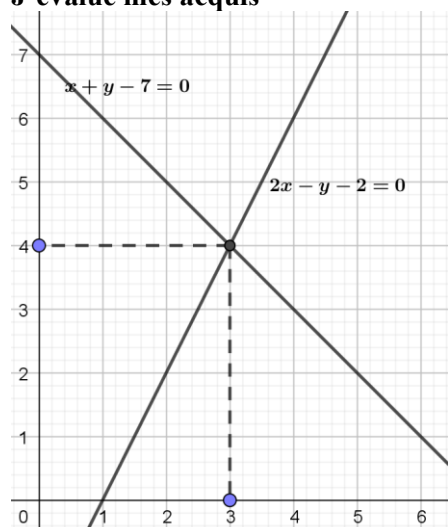
Activité 5

1 - $(D_1) : y = x + 5$ et $(D_2) : y = -2x + 8$; les coefficients directeurs sont différents donc les deux droites sont sécantes



- 2-
- 3- Les coordonnées du point d'intersection $(1 ; 6)$
- 4- le couple solution du système est $(1 ; 6)$
- 5- on représente sur un même graphique les deux droites
on identifie le point d'intersection
on lit les coordonnées du point d'intersection s'il existe

J'évalue mes acquis



$(3 ; 4)$ est le couple solution

Activité 6

- a- $\begin{cases} 2x + y = 1100 \\ x + 3y = 1550 \end{cases}$
b- $\begin{cases} 2x + y = 1100 \\ -2x - 6y = -3100 \end{cases}$
c- $-5x = -2000$
d- $x = 400$
e- On reprend le même processus et on trouve $y = 300$

J'évalue mes acquis

Exercice

Résous par combinaison le système : $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$

Correction

- 1- On multiplie la deuxième équation par -1
 $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ -x + y = 0 \end{cases}$
2- La somme membre à membre nous donne $3y = 3$ donc $y = 1$
3- On multiplie la deuxième équation par 2 ; $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$
4- On fait la somme membre à membre ; $3x = 3$; donc $x = 1$
5- Le couple solution est (1 ; 1)

Activité 7

- 1- $x = 9y + 15$
2- $2(9y + 15) + 4y = 8$; on en déduit que $y = -1$
3- dans la première équation $y = -\frac{1}{2}x + 4$
4- On remplace x par son expression dans la deuxième équation et on obtient après résolution $x = 6$
5- Le couple solution est (6 ; -1)

J'évalue mes acquis

$$6(y+3)+y-5=0 ; 7y = -13 ; y = -\frac{13}{7}$$
$$6x + x - 3 - 5 = 0 ; 7x = 8 ; x = \frac{8}{7}$$

Activité 8

➤ $x + y < 9$

J'évalue mes acquis

a) et b)

Activité 9

- 1- Soient x et y les composantes , on a : $x + y \leq 32$
2- Non car (17 ; 22) ne satisfait pas à la condition

J'évalue mes acquis

(37 ; 2) ; (40 ; 0) ; (-23 , -6) ; (23 , -5)

Activité 10

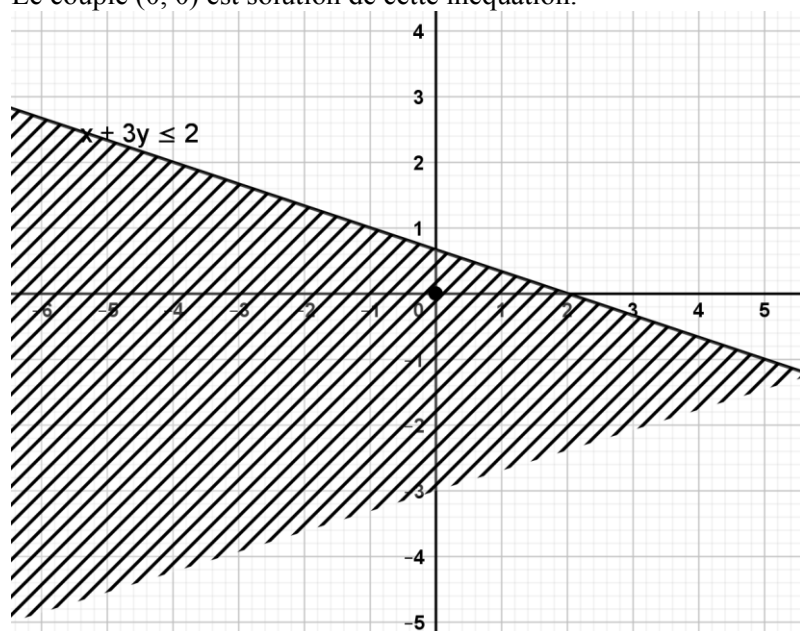
- 1- $b = 6$
2- $a = -2$
3- (2 ; 7) ; (2 , 8) ; (2 ; 9) ; (-4 ; 1)

J'évalue mes acquis

L	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

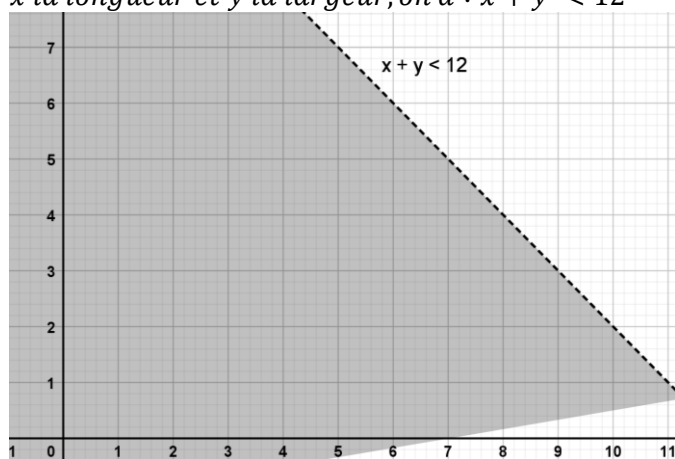
Activité 11

Le couple $(0, 0)$ est solution de cette inéquation.



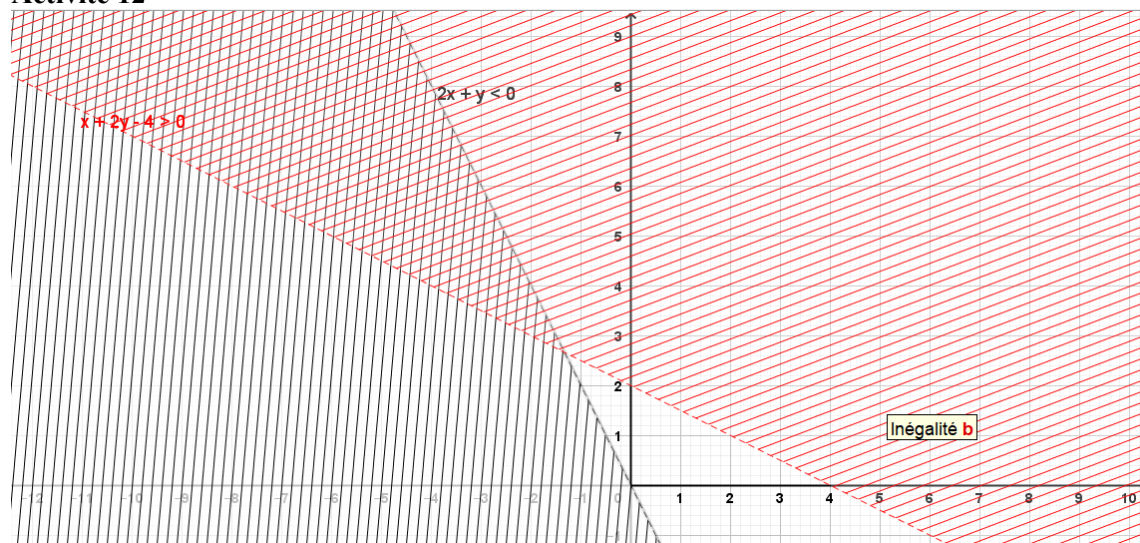
J'évalue mes acquis

a) x la longueur et y la largeur, on a : $x + y < 12$



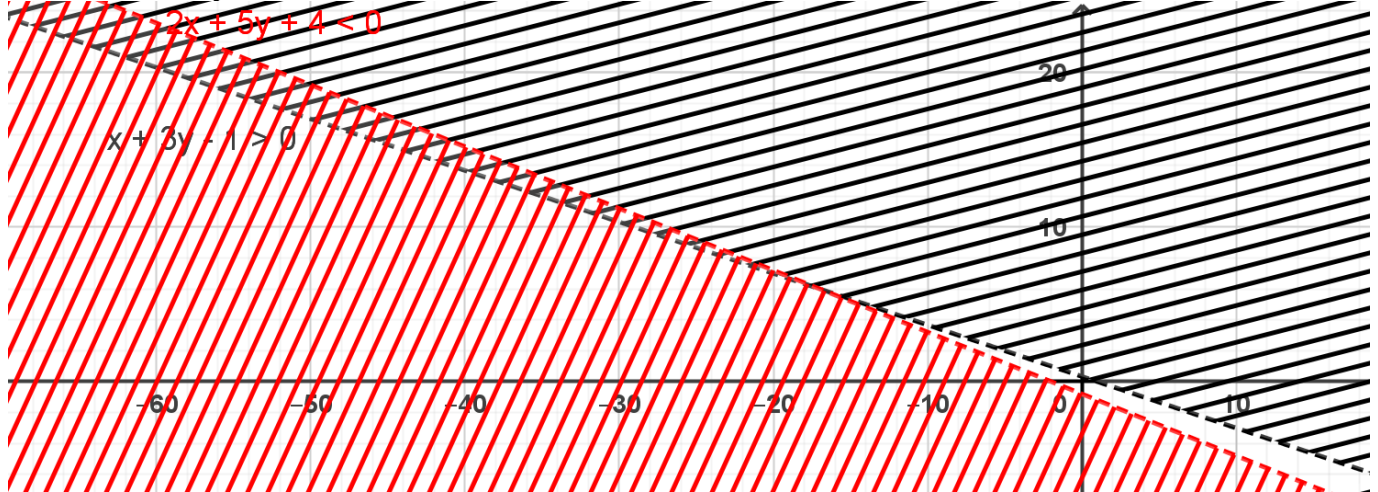
b)

Activité 12



C'est la partie doublement hachurée

J'évalue mes acquis



Activité 13

Soient x et y les deux nombres tels que $x > y$

$$\begin{cases} x + y = 141 \\ x = y + 23 \end{cases}$$

On remplace x par l'expression en fonction de y dans la première équation et on obtient $y = 59$ d'où $x = 82$

$x = 82$ et $y = 59$

J'évalue mes acquis

Enoncé

La somme de deux nombres entiers naturels est égale 12. Le plus grand est le double du plus petit.

Détermine les deux nombres

Résolutions

Soient x et y ces deux nombres avec $x > y$

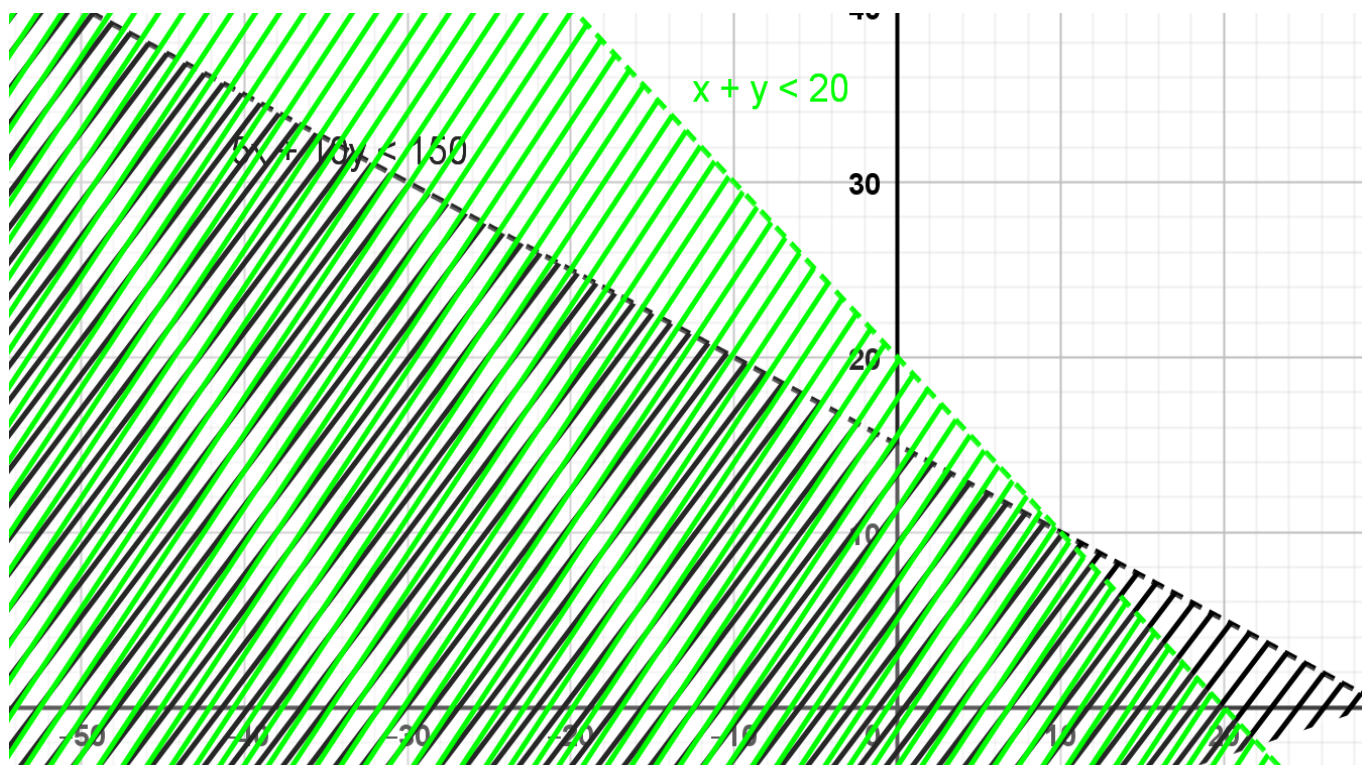
$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x = 2y \end{cases}$$

On remplace x par l'expression en fonction de y dans la première équation et on obtient $y = 4$ d'où $x = 8$

Activité 14

Soit x le nombre de billets de 500 et y le nombre de billets de 1000

1-
$$\begin{cases} 5x + 10y < 150 \\ x + y < 20 \end{cases}$$



La partie doublement hachurée est l'ensemble des couples solutions

3- (5 ; 10) ; (7 ; 8)

J'évalue mes acquis

Enoncé

La somme de deux nombres réels est inférieure à 9. Le double du deuxième est supérieur au premier.

1-Traduis cette situation par un système d'inéquations

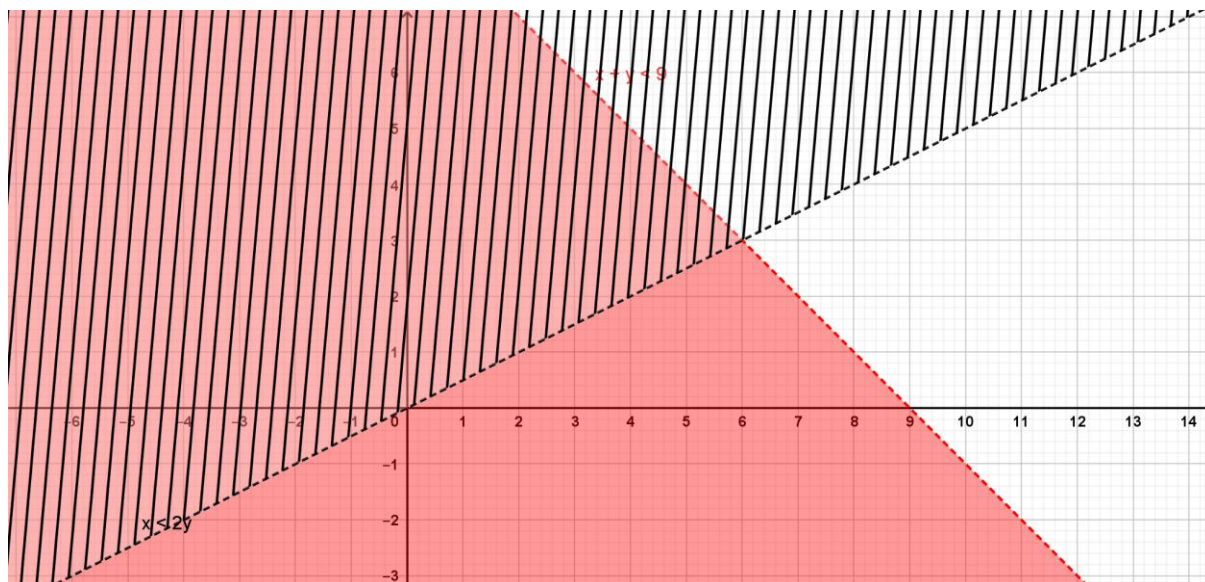
2-Détermine à partir d'une représentation graphique deux couples de nombres solution à cette situation.

Résolution

1- Soient x et y les deux nombres. x est le premier.

$$\begin{cases} x + y < 9 \\ x < 2y \end{cases}$$

2-



Deux couples solutions : $(-4 ; 1)$; $(2 ; 2)$

Je m'exerce

EXERCICE 1

$$3x + 5y = 0 \text{ et } -2x - 7y = 6$$

EXERCICE 2

$$3x + 5y \geq 0 \text{ et } -2x - 7y > 6$$

EXERCICE 3

Un système de deux équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ est : formé par deux équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

EXERCICE 4

$$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

EXERCICE 5

$$(1; 2)$$

EXERCICE 6

$$\left(\frac{1}{3}; 2\right)$$

EXERCICE 7

$$\text{On a : } (E) : 0 = -y + 2x + 3$$

$$\text{Pour } x = 0 ; \text{ on a : } 0 = -y + 0 + 3$$

$$y = 3$$

$$\text{Pour } x = 1 ; \text{ on a : } 0 = -y + 2 + 3$$

$$y = 5$$

Donc $(0; 3)$ et $(1; 5)$ sont deux couples solutions de $(E) : 0 = -y + 2x + 3$

EXERCICE 8

$$(E) : 2y + x - 3 = 0$$

$$\text{Pour } x = -1 ; \text{ on a : } 2y - 1 - 3 = 0$$

$$y = 2$$

$$\text{Pour } x = 3 ; \text{ on a : } 2y + 3 - 3 = 0$$

$$y = 0$$

$$\text{Pour } x = 2 ; \text{ on a : } 2y + 2 - 3 = 0$$

$$y = \frac{1}{2}$$

Donc $(-1; 2)$; $(3; 0)$ et $(2; \frac{1}{2})$ sont trois couples solutions de $(E) : 2y + x - 3 = 0$

EXERCICE 9

$$(I) : y > -2x + 3$$

$$\text{Pour } x = 0 ; \text{ on a : } y > -2 \times 0 + 3$$

$$\text{Soit } y > 3$$

Donc $(0; 5)$ et $(0; 11)$ sont deux couples solutions de l'inéquation $(I) : y > -2x + 3$

EXERCICE 10

Déterminons graphiquement l'ensemble des solutions de :

$$(I_1) : y > -2x + 3 \Rightarrow (I_1) : 2x + y - 3 > 0$$

$$\text{Soit } (D) : y = -2x + 3$$

pour $x = 0$ et $x = 2$, on obtient respectivement $y = 3$ et $y = -1$

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J) , On trace la droite passant par les points de coordonnées $(0; 3)$ et $(2; -1)$

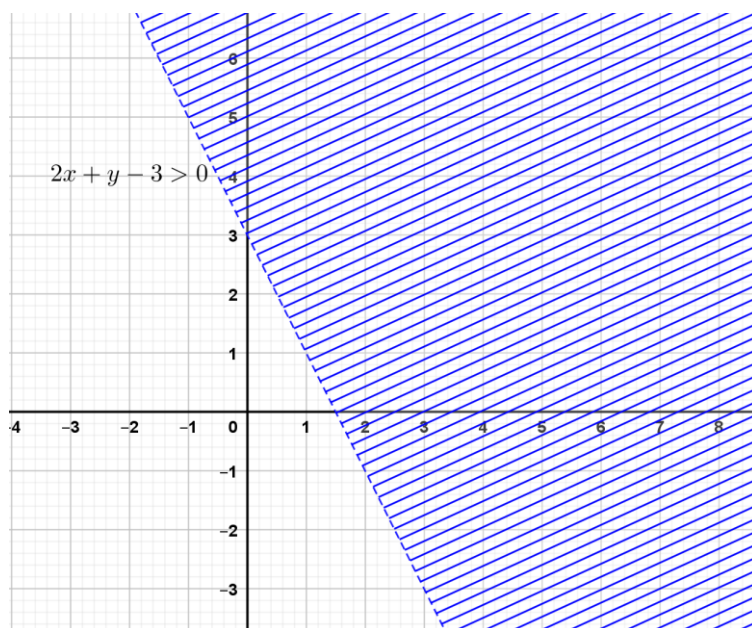
On vérifie si le couple $(0 ; 0)$ est une solution de $(I_1) : 2x + y - 3 > 0$

On a : $2 \times 0 + 0 - 3 = -3$ or $-3 < 0$.

Donc le couple $(0 ; 0)$ n'est pas une solution de $(I_1) : 2x + y - 3 > 0$

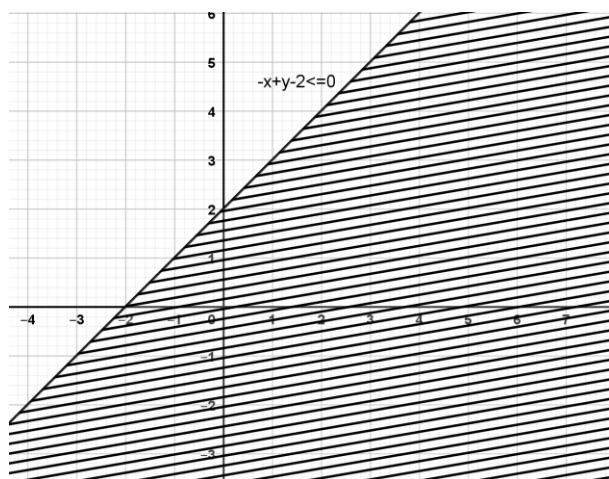
Par conséquent le demi-plan de frontière (D) ne contenant pas le point I $(0 ; 0)$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $(I_1) : y > -2x + 3$.

Représentation graphique



- $(I_2) : -x + y \leq 2$

Représentation graphique



le demi-plan de frontière (L) contenant le couple $(0 ; 0)$ est l'ensemble des solutions de l'inéquations $(I_2) : -x + y \leq 2$.

EXERCICE 11

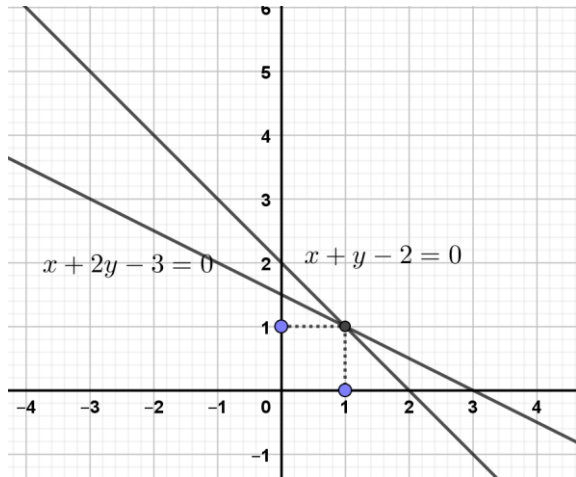
Réolvons graphiquement chacun des systèmes du 1^{er} degré ci-dessous :

$$(S_1) : \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

Soit $(E_1) : x + 2y - 3 = 0$

❖ Construisons dans un même repère les droites $(D_1) : y = 2 - x$ et $(D_2) : x = 3 - 2y$.

Représentation graphique



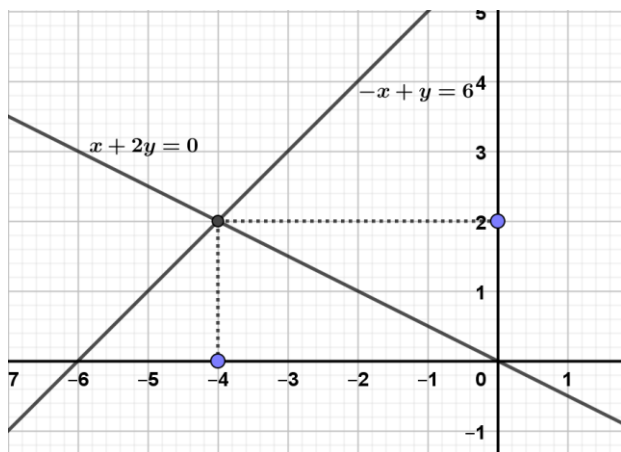
Les droites d'équations (D_1) et (D_2) se coupent au point de coordonnées $(1 ; 1)$. Donc la solution du système (S_1) est le couple $(1 ; 1)$.

$$(S_2) : \begin{cases} x + 2y = 0 \\ -x + y = 6 \end{cases}$$

Soit $(E_1) : x + 2y = 0$ et $(E_2) : -x + y = 6$

❖ Construisons dans un même repère les droites $(D_1) : x + 2y = 0$ et $(D_2) : -x + y = 6$.

Représentation graphique



Les droites (D_1) et (D_2) se coupent au point de coordonnées $(-4 ; 2)$. Donc la solution du système (S_2) est le couple $(-4 ; 2)$.

EXERCICE 12



EXERCICE 13

Réolvons par substitution les systèmes d'équations du 1^{er} degré ci-dessous :

- $(S_1) : \begin{cases} x + 2y = 0 \\ -x + y = 6 \end{cases}$

- ❖ Dans l'équation $x + 2y = 0$, j'exprime x en fonction de y et j'obtiens $x = -2y$.

- ❖ Dans l'équation $-x + y = 6$, je remplace x par $-2y$. Et j'obtiens $-(-2y) + y = 6 \Rightarrow y = 2$.

On a $x = -2y$ or $y = 2$. D'où $x = -2 \times 2$ Donc $x = -4$.

Ainsi la solution du système (S_1) est le couple $(-4; 2)$.

- $(S_2) : \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$

- ❖ J'exprime x en fonction de y dans l'équation $x + y - 2 = 0$. Et j'obtiens $x = 2 - y$

- ❖ Je remplace x par $2 - y$ dans l'équation $x + 2y - 3 = 0$. Et j'obtiens $2 - y + 2y - 3 = 0$.
D'où $y = 1$.

On a $x = 2 - y$ or $y = 1$ donc $x = 1$.

Ainsi la solution du système (S_2) est le couple $(1; 1)$.

- $(S_3) : \begin{cases} 3x + 4y - 4 = 0 \\ 5x + 7y = 6 \end{cases}$

- ❖ J'exprime x en fonction de y dans l'équation $3x + 4y - 4 = 0$. J'obtiens : $x = \frac{-4}{3}y + \frac{4}{3}$

- ❖ Je remplace x par $\frac{-4}{3}y + \frac{4}{3}$ dans l'équation $5x + 7y = 6$.

Et j'obtiens : $5\left(\frac{-4}{3}y + \frac{4}{3}\right) + 7y = 6$

$$\frac{-20}{3}y + 7y = 6 - \frac{20}{3}$$

$$\left(\frac{-20+21}{3}\right)y = \frac{18-20}{3}$$

$$\frac{1}{3}y = -\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3} \times 3$$

$$y = -2$$

On a $x = \frac{-4}{3}y + \frac{4}{3}$ or $y = -2$. D'où $x = \frac{-4}{3} \times (-2) + \frac{4}{3}$

$$x = \frac{8}{3} + \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{12}{3}$$

$$x = 4.$$

Ainsi la solution du système (S_3) est le couple $(4; -2)$.

EXERCICE 14

Réolvons par la méthode de combinaison les systèmes d'équations du premier degré ci-dessous :

- $(S_1) : \begin{cases} x + 2y = 0 \\ -x + y = 6 \end{cases}$

❖ Eliminons x pour trouver la valeur de y .

$$(S_1) : \begin{cases} x + 2y = 0 \\ -x + y = 6 \end{cases}$$

$$3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} \Rightarrow y = 2$$

❖ Eliminons y pour déterminer la valeur de x .

$$\begin{cases} x + 2y = 0 & \times (1) \\ -x + y = 6 & \times (-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - 2y = -12 \end{cases}$$

$$3x = -12$$

$$x = \frac{-12}{3}$$

$$x = -4$$

Donc la solution du système (S_1) est le couple $(-4; 2)$.

- $(S_2) : \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$

❖ Eliminons y et déterminons la valeur de x

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 & \times (2) \\ x + 2y - 3 = 0 & \times (1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2y + 4 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$-x + 1 = 0$$

$$-x = -1$$

$$x = 1$$

❖ Eliminons x et déterminons la valeur de y .

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 & \times (-1) \\ x + 2y - 3 = 0 & \times (1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - y + 2 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$y - 1 = 0$$

$$y = 1.$$

Ainsi la solution du système (S_2) est le couple $(1; 1)$.

- $(S_3) : \begin{cases} 4x + 3y - 29 = 0 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases}$

❖ Eliminons y et déterminons la valeur de x

$$\begin{cases} 4x + 3y - 29 = 0 & \times (1) \\ 2x - y - 7 = 0 & \times (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y - 29 = 0 \\ 6x - 3y - 21 = 0 \end{cases}$$

$$10x - 50 = 0$$

$$10x = 50$$

$$x = \frac{50}{10}$$

$$x = 5$$

❖ Eliminons x et déterminons la valeur de y .

$$\begin{cases} 4x + 3y - 29 = 0 & \times (1) \\ 2x - y - 7 = 0 & \times (-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y - 29 = 0 \\ -4x + 2y + 14 = 0 \end{cases}$$

$$5y - 15 = 0$$

$$5y = 15$$

$$y = \frac{15}{5}$$

$$y = 3.$$

Ainsi la solution du système (S_3) est le couple $(5; 3)$.

EXERCICE 15

L'équation du premier degré traduisant ce problème posé est :

Soit x le prix unitaire d'un cahier de 200 pages et y celui d'un cahier de 300 pages.

$$6x + 4y = 3800.$$

EXERCICE 16

Soit x le nombre des stylos et y celui des cahiers. L'inéquation du premier degré dans $IR \times IR$ qui traduit ce problème est : $100x + 150y < 1500$.

EXERCICE 17

Soit x le prix d'un pantalon jeans et y celui d'un T-shirt. Donc l'inéquation du premier degré dans RXR traduisant cette situation est : $5x + 3y < 107000$.

EXERCICE 18

Résolvons dans RXR chacun des systèmes ci-dessous :

Méthode de combinaison

$$\bullet (S_1) : \begin{cases} \sqrt{2}x + y = 3 \\ x - \sqrt{2}y = -2 \end{cases}$$

❖ Eliminons y

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{2}x + y = 3 \\ x - \sqrt{2}y = -2 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \times (\sqrt{2}) \\ \times (1) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 2x + \sqrt{2}y = 3\sqrt{2} \\ x - \sqrt{2}y = -2 \end{array} \right. \\ \hline 3x = 3\sqrt{2} - 2 \\ x = \frac{3\sqrt{2}-2}{3} \\ x = \sqrt{2} - \frac{2}{3} \end{array} \end{aligned}$$

❖ Eliminons x

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{2}x + y = 3 \\ x - \sqrt{2}y = -2 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \times (-\sqrt{2}) \\ \times (2) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 2x - \sqrt{2}y = -3\sqrt{2} \\ 2x - 2\sqrt{2}y = -4 \end{array} \right. \\ \hline -3\sqrt{2}y = -3\sqrt{2} - 4 \\ y = \frac{-3\sqrt{2}-4}{-3\sqrt{2}} \\ y = 1 + \frac{4}{3\sqrt{2}} \\ y = 1 + \frac{2}{3}\sqrt{2} \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } S_{RXR} = \left\{ \left(\sqrt{2} - \frac{2}{3}; 1 + \frac{2}{3}\sqrt{2} \right) \right\}.$$

$$\bullet (S_2) : \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 2 \\ -\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = -3 \end{cases}$$

❖ Eliminons x

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 2 \\ -\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = -3 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \times (\frac{1}{3}) \\ \times (\frac{1}{2}) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{6}x + \frac{1}{9}y = \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y = -\frac{3}{2} \end{array} \right. \\ \hline \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{4} \right) y = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} \\ \frac{13}{36}y = -\frac{5}{6} \end{array} \end{aligned}$$

$$y = -\frac{5}{6} \times \frac{36}{13}$$

$$y = -\frac{30}{13}$$

Remplaçons y dans $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 2$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 2 \quad \text{et} \quad y = -\frac{30}{13}$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} \times \left(-\frac{30}{13}\right) = 2$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{30}{39} = 2$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{10}{13} = 2$$

$$\frac{1}{2}x = 2 + \frac{10}{13}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{36}{13}$$

$$x = \frac{36}{13} \times 2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{72}{13}$$

Ainsi la solution du système (S_2) est le couple $\left(\frac{72}{13}; -\frac{30}{13}\right)$.

EXERCICE 19

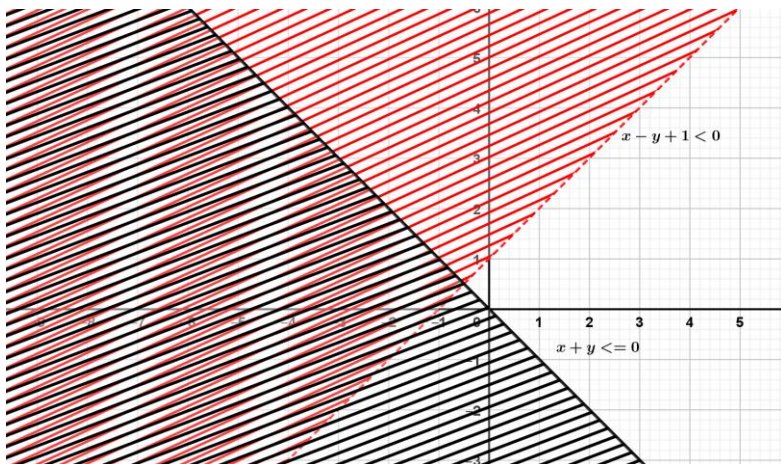
1- Représentation graphique (I)

$$(I): \begin{cases} x - y + 1 < 0 \\ x + y \leq 0 \end{cases}$$

Soit les droites (D_1) et (D_2) d'équation respectives $x - y + 1 = 0$ et $x + y = 0$

- ❖ Pour construire (D_1) , remplaçons x dans $x - y + 1 = 0$ par 0 et -1 . On obtient respectivement : $y = 1$ et $y = 0$.
- ❖ Pour construire (D_2) , remplaçons x dans $x + y = 0$ par 2 et -3 . On obtient respectivement : $y = -2$ et $y = 3$.

Représentons (D_1) et (D_2) dans un même repère.



❖ Vérifions si le couple $(0; 0)$ est une solution de $x - y + 1 < 0$.

On a : $0 - 0 + 1 = 1$ or $1 > 0$. D'où le demi-plan de frontière (D_1) ne contenant pas le point $I(0; 0)$ est l'ensemble des solutions de $x - y + 1 < 0$.

❖ Vérifions si le couple $(0; 0)$ est une solution de $x + y \leq 0$.

On a : $0 + 0 \leq 0$ comme $0 = 0$. Donc le demi-plan de frontière (D_2) contenant le point $I(0; 0)$ et (D_2) lui-même est l'ensemble des solutions de $x + y \leq 0$.

Par conséquent les coordonnées des points appartenant à la partie de la figure deux fois hachurée est l'ensemble des solutions de (I).

❖ $0 < x < 2$ et $y < 0$ **Impossible.**

EXERCICE 20

Réordonnons les étapes de résolutions du problème du premier degré ci-dessous.

- 1- On définit explicitement les inconnues en les désignant par des variables ($x; y; n; etc.$) et en précisant leurs unités si nécessaire ;
- 2- On traduit par une inéquation chaque renseignement (ou contrainte) sur une grandeur ;
- 3- On résout alors le système d'équations par substitution d'une variable ou par combinaison linéaire des équations ;
- 4- On exhibe les solutions au problème posé.

EXERCICE 21

Soit x et y ces deux nombres entiers naturels tels que $x < y$.

Leur somme est 355 $\Rightarrow x + y = 355$.

Le plus grand divisé par le plus petit donne 19 pour reste et 11 pour quotient $\Rightarrow y = 11x + 19$.

On obtient le système ci-dessous

$$\begin{cases} x + y = 355 \\ y = 11x + 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 355 \\ y = 11x + 19 \end{cases}$$

Remplaçons y dans $x + y = 355$ par $11x + 19$.

On a : $x + 11x + 19 = 355$

$$12x = 336$$

$$x = 28$$

- Remplaçons x dans $y = 11x + 19$ par 28

On a : $y = 11 \times 28 + 19$

$$y = 327$$

$S_{RXX} \{(28; 327)\}$

Ces deux nombres sont : 28 et 327.

EXERCICE 22

x et y étant ces deux nombres ; On a : $x + y = 37$ et $x = 6y + 2$

On obtient : $\begin{cases} x + y = 37 \\ x = 6y + 2 \end{cases}$

Réolvons le système obtenu

$$\begin{cases} x + y = 37 \\ x = 6y + 2 \end{cases}$$

- En remplaçant x dans $x + y = 37$ par $x = 6y + 2$; on obtient

$$6y + y + 2 = 37$$

$$7y = 35$$

$$y = 5.$$

- En remplaçant y dans $6y + 2 = x$ par 5 ; on obtient : $x = 6 \times 5 + 2$

$$x = 32$$

$$S_{RXR} = \{(32; 5)\}$$

Les nombres entiers en question sont 32 et 5.

EXERCICE 23

Trouvons les nombres réels a et b tels que les couples $(-1; 3)$ et $(2; -5)$ soient solutions de $ax + by - 1 = 0$.

❖ $(-1; 3)$ est solution de $ax + by - 1 = 0$ équivaut à : $-a + 3b - 1 = 0$.

❖ $(2; -5)$ est solution de $ax + by - 1 = 0$ équivaut à : $2a - 5b - 1 = 0$.

On obtient alors ce système :

$$\begin{cases} -a + 3b - 1 = 0 \\ 2a - 5b - 1 = 0 \end{cases}$$

- Résolvons-le par combinaisons

$$\begin{cases} -a + 3b - 1 = 0 & \times (2) \\ 2a - 5b - 1 = 0 & \times (1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 6b - 2 = 0 \\ 2a - 5b - 1 = 0 \end{cases}$$
$$\underline{\hspace{10em}} \quad b - 3 = 0$$
$$b = 3$$

Remplaçons b dans $-a + 3b - 1 = 0$ par 3

$$\text{On a : } -a + 3 \times 3 - 1 = 0$$

$$-a + 8 = 0 \quad \text{et} \quad a = 8$$

Donc $a = 8$ et $b = 3$.

EXERCICE 24

Réolvons chacun des systèmes :

A/ Par substitution

$$\bullet \begin{cases} x - 2y = 3 \quad (E_1) \\ 3x - 5y = 2 \quad (E_2) \end{cases}$$

Exprimons x en fonction de y , dans (E_1)

$$x - 2y = 3 \Rightarrow x = 3 + 2y$$

Remplaçons x dans (E_2) par $3 + 2y$

$$\text{On a : } 3(3 + 2y) - 5y = 2$$

$$9 + 6y - 5y = 2$$

$$y = -7$$

Remplaçons y dans $x = 3 + 2y$ par -7

$$\text{On a : } x = 3 + 2(-7)$$

$$x = -11$$

Ainsi l'ensemble des solutions de ce système est le couple $(-11; -7)$

C/ Par substitution

$$\bullet \quad \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{1}{6} = 0 \\ 2x + 4y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{6}(3x + 2y - 1) = 0 \\ 2x + 4y - 1 = 0 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y - 1 = 0 (E_1) \\ 2x + 4y - 1 = 0 (E_2) \end{cases}$$

❖ Exprimons x en fonction de y dans (E_1)

$$3x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2}{3}y + \frac{1}{3}$$

Remplaçons x dans (E_2) par $\frac{-2}{3}y + \frac{1}{3}$

$$\text{On obtient : } 2\left(\frac{-2}{3}y + \frac{1}{3}\right) + 4y - 1 = 0$$

$$\frac{-4}{3}y + 4y + \frac{2}{3} - 1 = 0$$

$$\frac{8}{3}y - \frac{1}{3} = 0$$

$$y = \frac{1}{8}$$

❖ Remplaçons dans $x = \frac{-2}{3}y + \frac{1}{3}$; y par $\frac{1}{8}$

$$\text{On a : } x = \frac{-2}{3} \times \frac{1}{8} + \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{-1}{12} + \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{-1+4}{12}$$

$$x = \frac{3}{12}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Ainsi l'ensemble des solutions de ce système est le couple $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{8}\right)$

$$\bullet \quad \begin{cases} 2x - 3y = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5} (E_1) \\ x + y = \sqrt{2} + \sqrt{5} (E_2) \end{cases}$$

• Exprimons x en fonction de y dans $x + y = \sqrt{2} + \sqrt{5}$

$$\text{On a : } x = \sqrt{2} + \sqrt{5} - y$$

Remplaçons x dans (E_1) par $\sqrt{2} + \sqrt{5} - y$

$$\text{On a : } 2(\sqrt{2} + \sqrt{5} - y) - 3y = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} - 2y - 3y = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$$

$$-5y = -5\sqrt{5} \Rightarrow y = \frac{-5\sqrt{5}}{-5}$$

$$y = \sqrt{5}$$

• Remplaçons y dans $x = \sqrt{2} + \sqrt{5} - y$ par $\sqrt{5}$

$$\text{On a : } x = \sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{5}$$

$$x = \sqrt{2}$$

Ainsi l'ensemble des solutions de ce système est le couple $(\sqrt{2}; \sqrt{5})$.

B/ Par combinaison

$$\bullet \begin{cases} -13x - 2y = 3 \text{ (E1)} \\ 5x + 2y = 5 \text{ (E2)} \end{cases}$$

Eliminons y

$$-13x - 2y = 3$$

$$\underline{5x + 2y = 5}$$

$$-8x = 8 \Rightarrow x = -1$$

Eliminons x

$$\begin{aligned} (5) \times \begin{cases} -13x - 2y = 3 \\ 5x + 2y = 5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -65x - 10y = 15 \\ 65x + 26y = 65 \end{cases} \\ (+13) \times \begin{cases} -13x - 2y = 3 \\ 5x + 2y = 5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -65x - 10y = 15 \\ 65x + 26y = 65 \end{cases} \end{aligned}$$

$$16y = 80$$

$$y = \frac{80}{16}$$

$$y = 5$$

Ainsi l'ensemble des solutions de ce système est le couple $(-1 ; 5)$.

D/ Par combinaison

$$\bullet \begin{cases} x + 5y = 3 \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{4}y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Eliminons x

$$\begin{aligned} \begin{matrix} (1) \times \\ (-5) \times \end{matrix} \begin{cases} x + 5y = 3 \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{4}y = \frac{1}{4} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x + 5y = 3 \\ -x + \frac{5}{4}y = -\frac{5}{4} \end{cases} \\ &\underline{\left(5 + \frac{5}{4}\right)y = 3 - \frac{5}{4}} \\ &\frac{25}{4}y = \frac{7}{4} \\ &y = \frac{7}{4} \times \frac{4}{25} \\ &y = \frac{7}{25} \end{aligned}$$

Eliminons y

$$\begin{aligned} \begin{matrix} \left(\frac{1}{4}\right) \times \\ (5) \times \end{matrix} \begin{cases} x + 5y = 3 \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{4}y = \frac{1}{4} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}y = \frac{3}{4} \\ x - \frac{5}{4}y = \frac{5}{4} \end{cases} \\ &\underline{\left(\frac{1}{4} + 1\right)x = \frac{3}{4} + \frac{5}{4}} \\ &\frac{5}{4}x = \frac{8}{4} \\ &x = \frac{8}{4} \times \frac{4}{5} \\ &x = \frac{8}{5} \end{aligned}$$

Ainsi l'ensemble des solutions de ce système est le couple $\left(\frac{8}{5} ; \frac{7}{25}\right)$

$$\bullet \quad \begin{cases} 5x + 7y = 13 \\ 25y - 75 = -25x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 7y = 13 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Eliminons y et déterminons x

$$\begin{array}{rcl} (1) \times & \begin{cases} 5x + 7y = 13 \\ x + y = 3 \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} 5x + 7y = 13 \\ -7x - 7y = -21 \end{cases} \\ (-7) \times & & \hline & & -2x = -8 \\ & & x = 4 \end{array}$$

Eliminons x et déterminons y

$$\begin{array}{rcl} (1) \times & \begin{cases} 5x + 7y = 13 \\ x + y = 3 \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} 5x + 7y = 13 \\ -5x - 5y = -15 \end{cases} \\ (-5) \times & & \hline & & 2y = -2 \\ & & y = -1 \end{array}$$

Ainsi l'ensemble des solutions de ce système est le couple $(4 ; -1)$

E/ Réolvons graphiquement :

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -4x - 2y + 14 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 7 = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \end{cases}$$

Soit $(D): y = 7 - 2x$

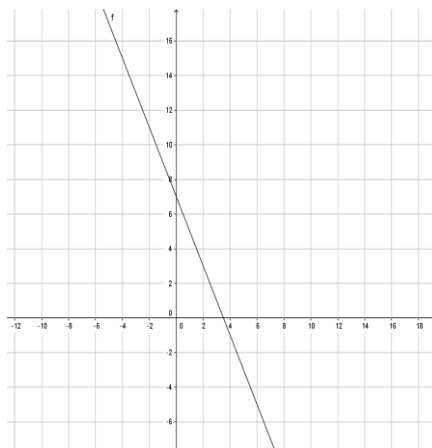
Pour $x = 2$; on a : $y = 7 - 2 \times 2 = 7 - 4$

$$y = 3$$

Pour $x = 4$; on a : $y = 7 - 2 \times 4 = 7 - 8$

$$y = -1$$

Construisons (D) :



L'ensemble des solutions de ce système est l'ensemble des coordonnées des points appartenant à la droite (D) .

D'où $S_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

EXERCICE 25

1/ Résolvons le système suivant :

$$\begin{cases} z + t = 24 (E_1) \\ 40z + 35t = 910 (E_2) \end{cases}$$

Exprimons z en fonction de t dans (E_1) .

$$z + t = 24 \Rightarrow z = 24 - t$$

Remplaçons z dans (E_2) par $24 - t$

$$\text{On a : } 40(24 - t) + 35t = 910$$

$$960 - 40t + 35t = 910$$

$$-5t = -50$$

$$t = 10$$

Remplaçons t dans $z = 24 - t$ par 10

$$\text{On a : } z = 24 - 10 \Rightarrow z = 14$$

2/ Déterminons le nombre de chaque type de vin.

- Soit t le nombre de bouteilles de vin blanc et z celui du vin rouge.
- Après traductions par des équations on obtient le système ci-dessous

$$\begin{cases} z + t = 24 (E_1) \\ 4000z + 3500t = 91000 (E_2) \end{cases}$$

En divisant (E_2) par 100 le système devient :

$$\begin{cases} z + t = 24 \\ 40z + 35t = 910 \end{cases}$$

Donc il y a 10 bouteilles de vins blancs et 14 bouteilles de vins rouges.

EXERCICE 26

Soit x l'âge actuel de Patrick et y l'âge actuel de son frère Franck.

Après traduction, obtient le système suivant :

$$\begin{cases} x - 4 = 6(y - 4) \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 6y = -20 \\ x = 2y \end{cases}$$

Réolvons le système obtenu

$$\begin{cases} x - 6y = -20 (E_1) \\ x = 2y (E_2) \end{cases}$$

- Remplaçons x par $2y$ dans (E_1)

$$\text{On a : } 2y - 6y = -20 \Rightarrow -4y = -20$$

$$y = 5$$

- Remplaçons y par 5 dans (E_2)

$$\text{On a : } x = 2 \times 5 \Rightarrow x = 10$$

Donc l'âge actuel de Patrick est 10 ans et celui de Franc est 5 ans.

EXERCICE 27

Représentons graphiquement les solutions du système d'inéquations

$$\begin{cases} 3x + y - 5 < 0 \\ -3x - 5y + 15 > 0 \end{cases}$$

Soit $(D_1) : 3x + y - 5 = 0$ et $(D_2) : -3x - 5y + 15 = 0$

(D_1)	A	B
x	0	1
y	5	2

(D_2)	C	D
x	0	5
y	3	0

❖ Vérifions si $(0 ; 0)$ est une solution de $3x + y - 5 < 0$

$$\text{On a : } 3 \times 0 + 0 - 5 = -5 \text{ or } -5 < 0$$

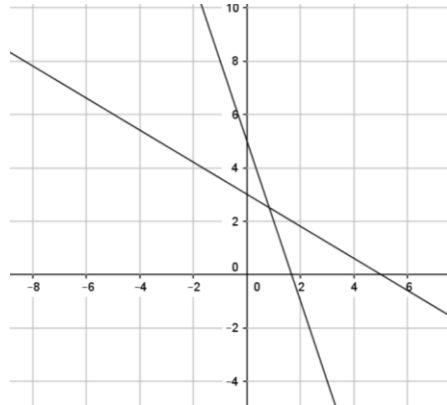
Donc le demi-plan de frontière (D_1) contenant le point $I(0 ; 0)$ est l'ensemble des solutions de $3x + y - 5 < 0$

❖ Vérifions si le couple $(0 ; 0)$ est une solution de $-3x - 5y + 15 > 0$

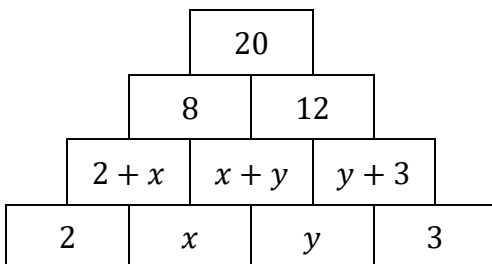
On a : $-3 \times 0 - 5 \times 0 + 15 = 15$ or $15 > 0$

Donc le demi-plan de frontière (D_2) contenant le point $I(0 ; 0)$ est l'ensemble des solutions de $-3x - 5y + 15 > 0$

Par conséquent l'ensemble des coordonnées des points qui appartiennent à la partie hachurée deux fois est l'ensemble des solutions du système d'inéquations $\begin{cases} 3x + y - 5 < 0 \\ -3x - 5y + 15 > 0 \end{cases}$



EXERCICE 28



Ecrivons et résolvons le système de deux équations complétant cette pyramide

$$\begin{cases} 2 + x + x + y = 8 \\ x + y + y + 3 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 6 \quad (E_1) \\ x + 2y = 9 \quad (E_2) \end{cases}$$

❖ Exprimons x en fonction de y dans (E_2)

On a : $x + 2y = 9 \Rightarrow x = 9 - 2y$

Remplaçons x dans (E_1) par $9 - 2y$

On a : $2(9 - 2y) + y = 6$

$18 - 4y + y = 6$

$-3y = -12 \Rightarrow y = 4$

❖ Remplaçons y dans $x = 9 - 2y$ par 4

On a : $x = 9 - 2 \times 4 \Rightarrow x = 1$

Donc $x = 1$ et $y = 4$

EXERCICE 29

❖ Soit x le nombre de pots de 10kg et y celui de pots de 25kg

❖ On obtient le système suivant : $\begin{cases} 10x + 25y \leq 170 \\ 3500x + 6000y \leq 45000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2,5y \leq 17 \\ 3,5x + 6y \leq 45 \end{cases}$

❖ Soit (D): $x + 2,5 = 17$ et (L): $3,5x + 6y = 45$

(D)

(L)

x	7	2
y	4	6

x	0	6
y	7,5	4

❖ Vérifions si le couple $(0 ; 0)$ est une solution de $x + 2,5y - 17 \leq 0$

$$0 + 2,5 \times 0 - 17 = -17 \text{ et } -17 \leq 0$$

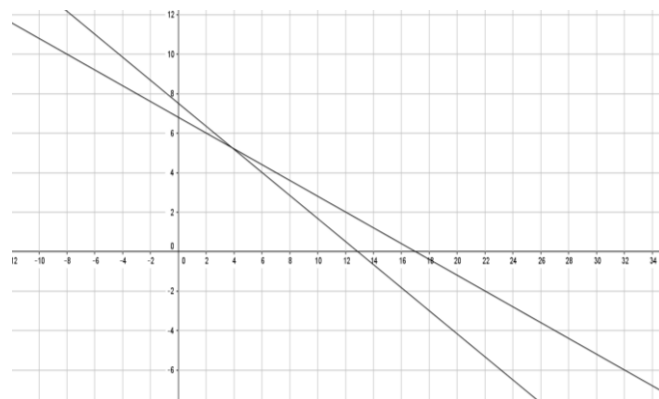
Donc le demi-plan de frontière (D₁) contenant le point I(0 ; 0) est l'ensemble des solutions de $x + 2,5y - 17 \leq 0$

❖ Vérifions si le couple $(0 ; 0)$ est une solution de $3,5x + 6y - 45 \leq 0$

On a : $3,5 \times 0 + 6 \times 0 - 45 = -45 \text{ et } -45 \leq 0$

Donc le demi-plan de frontière (D₁) contenant le point I(0 ; 0) est l'ensemble des solutions de $3,5x + 6y - 45 \leq 0$

L'ensemble des solutions de ce système est la partie deux fois hachurées.



En conclusion : $(3 ; 4) ; (3 ; 5) ; (4 ; 4) ; (4 ; 5) ; (5 ; 4)$ et $(6 ; 4)$.

Les achats possibles sont :

- ✓ 3 pots de 10kg et 4 pots de 25kg
- ✓ 3 pots de 10kg et 4 pots de 25kg
- ✓ 4 pots de 10kg et 4 pots de 25kg
- ✓ 4 pots de 10kg et 5 pots de 25kg
- ✓ 5 pots de 10kg et 4 pots de 25kg
- ✓ 6 pots de 10kg et 4 pots de 25kg

EXERCICE 30

1/ Traduisons cette situation par une inéquation à 2 inconnues.

Soit x le nombre de mangues et y celui des oranges.

On a : $10x + 15y \leq 150$

2/

On a : $50 + 15 \times 5 = 50 + 75 = 125$

Or $125 \leq 150$ donc elle peut acheter 5 manges et 5 oranges.

❖ On a : $80 + 5 \times 15 = 80 + 75 = 155$

Or $155 \geq 150$. Donc elle ne peut pas acheter 8 mangues et 5 oranges.

Situation d'évaluation

EXERCICE 31

1/ Calculons la moyenne du premier élève.

$$moy = \frac{15 + 2 \times 9}{3} = \frac{15 + 18}{3} = \frac{33}{3}$$

$$moy = 11$$

2/ Déterminons la manquante du deuxième élève.

Soit x cette note

$$\frac{8+2x}{3} = 12 \Leftrightarrow 8 + 2x = 36$$

$$2x = 28$$

$$x = 14$$

La note manquante est 14/20.

3/ Déterminons les notes du 3^{ème}

Soit x la première note et y la deuxième.

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{x + 2y}{3} = 12 \text{ (E}_1\text{)} \\ \frac{y + 2x}{3} = 13 \text{ (E}_2\text{)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 36 \\ 2x + y = 39 \end{cases}$$

❖ Exprimons x en fonction de y dans (E₁).

$$x + 2y = 36 \Rightarrow x = 36 - 2y$$

Remplaçons x dans (E₂) par $36 - 2y$

$$\text{On a : } 2(36 - 2y) + y = 39$$

$$72 - 4y + y = 39$$

$$-3y = -33$$

$$y = 11$$

❖ Remplaçons y par 11 dans $x = 36 - 2y$

❖ On a : $x = 36 - 2 \times 11$

$$x = 36 - 22$$

$$x = 14$$

La première note du troisième élève est 14 et sa deuxième note est 11.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

- De quel évènement parle le texte ?

Il s'agit de faire le téléchargement de musique en ligne.

- Quels sont les acteurs de cet évènement ?

Les acteurs sont les élèves d'un lycée

- Où se déroule l'évènement ?

L'évènement se déroule dans un lycée.

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

- Quel(s) problème(s) se pose(nt) dans cet évènement ?
- *Le problème de moyens financiers*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ?
- *Choisir l'offre la plus économique*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Les élèves décident de faire une représentation graphique.

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

Les notions de fonction et les représentations graphiques de fonctions feront l'objet de cette leçon d'où le titre Applications affines

CORRECTIONS DES ACTIVITES

ACTIVITE 1

1-

Nombre de pain livrés	0	1	2	3	11	10	12
Masse de farine en kg	300	275	250	225	25	50	0

2- Il n'y a pas de coefficient qui permet de passer d'une ligne à l'autre

3- $f(x) = 300 - 25x$

4- $f(0) = 300; f(1) = 275; f(2) = 250; f(3) = 225; f(6) = 150;$

5- $f(10) = 50; f(12) = 0$

J'EVALUE MES ACQUIS

B- $f(x) = \frac{1}{2}x + 2; a = \frac{1}{2} \text{ et } b = 2$

c- $f(x) = 4x; a = 4 \text{ et } b = 0$

ACTIVITE 2

1- f, g et h sont des applications affines avec

$a = 1 \text{ et } b = -2 \text{ pour } f; a = \frac{3}{2} \text{ et } b = 0 \text{ pour } g, a = 0 \text{ et } b = -1 \text{ pour } h$

2- $f(-1) = -3; f(8) = 6$

$g(-1) = -\frac{3}{2} \text{ et } g(8) = 12$

$h(-1) = -1 \text{ et } h(8) = -1$

3a-c'est l'application h

3-b $f(a) = a - 2 \text{ et } g(a) = \frac{3}{2}a$

J'EVALUE MES ACQUIS

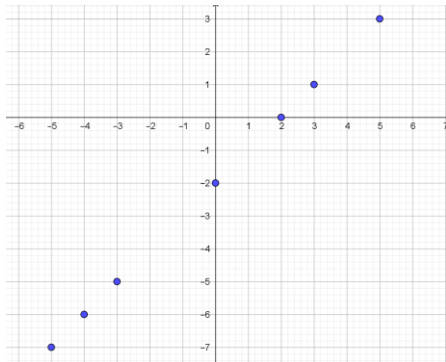
$a \rightarrow \text{Vraie}; b \rightarrow \text{Faux}; c \rightarrow \text{Vraie}$

ACTIVITE 3

1a-

x	-5	-4	-3	0	2	3	5
$g(x)$	-7	-6	-5	-2	0	1	3

1b-



1c- les points sont alignés

2a- $y = x - 2$

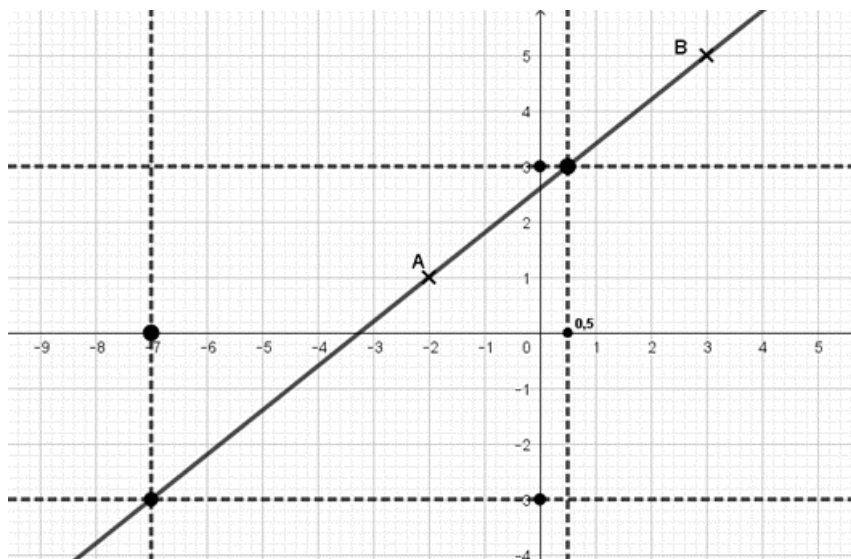
2b- $h(x) = 5 - 2x$ est de la forme $ax + b$ avec $a = -2$ et $b = 5$

J'EVALUE MES ACQUIS

1a- $y = \frac{1}{2}x - 1$; 1b- $y = 2 - 3x$; 1c- $y = -1$; 1d- $y = -3x$

2a- $g(x) = 2x - 7$; 2b- $g(x) = 3$; 2c- $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$; 2d- $g(x) = -\frac{1}{3}x$

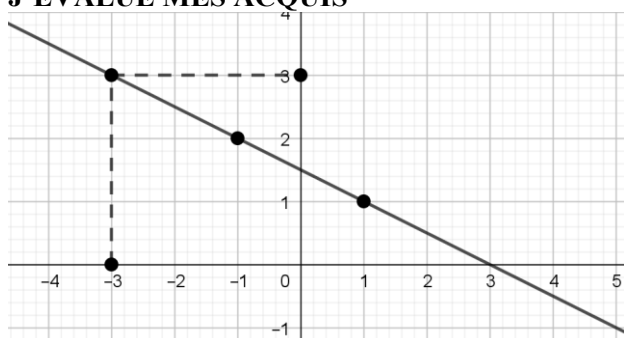
ACTIVITE 4



L'ordonnée du point M est 3

L'abscisse du point N est -7

J'EVALUE MES ACQUIS



L'image de -3 est 3

$g(x) = 0$ pour $x = 3$

ACTIVITE 5

1- $a = -\frac{2}{3}$

2- $f(6) = -3$ signifie que : $6a + b = -3$

$f(-3) = 3$ signifie que : $-3a + b = 3$

3- La résolution du système $\begin{cases} 6a + b = -3 \\ -3a + b = 3 \end{cases}$ nous donne $a = -\frac{2}{3}$ et $b = 1$ donc

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + 1$$

J'EVALUE MES ACQUIS

b) $g(x) = 7x - 4$

ACTIVITE 6

Partie A

x	-23	-15	7	10	128
f(x)	-53	-37	7	13	249
g(x)	71	47	-19	-28	-382
h(x)	17	17	17	17	17

- Par l'application f les images sont rangées dans le même ordre que leurs antécédents
- Par l'application g, les images sont rangées dans l'ordre contraire.
- Par l'application h, tous les nombres ont la même image.

Partie B

1- $f(u) - f(v) = au + b - (av + b) = au - av = a(u - v)$

2-

	$u < v$		$a = 0$
	$a > 0$	$a < 0$	
Signe $a(u - v)$	-	+	0
Comparaison de $f(u)$ et $f(v)$	$f(u) < f(v)$	$f(u) > f(v)$	$f(u) = f(v)$

3- Lorsque $a > 0$ pour $u < v$, on a $f(u) < f(v)$

Lorsque $a < 0$ pour $u < v$, on a $f(u) > f(v)$

Lorsque $a = 0$ pour $u < v$, on a $f(u) = f(v)$

4- Pour que g soit croissante, il faut $a > 0$

Pour que g soit décroissante, il faut $a < 0$

Pour que g soit constante, il faut $a = 0$

J'évalue mes acquis

a) $x \mapsto -2x - 1$ est décroissante car $a = -2 < 0$

b) $x \mapsto \frac{1}{2}x$ est croissante car $a = \frac{1}{2} > 0$

c) $x \mapsto -30$ est constante car $a = 0$

Activité 7

1- $p = 3x$

b) le coefficient de proportionnalité est 3

2a) l'application qui, à la longueur du côté d'un triangle équilatéral ABC fait correspondre le périmètre $p(x)$ se note $p : x \mapsto 3x$

2b) l'expression de $p(x)$ est de la forme $ax + b$ avec $a = 3$ et $b = 0$

J'évalue mes acquis

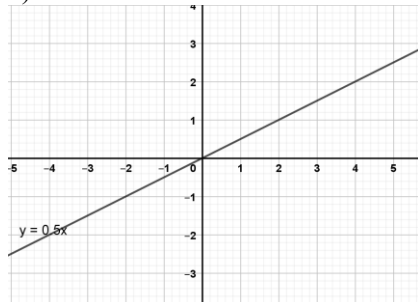
b) f est une application linéaire avec $a=2$

Activité 8

1a) (D) : $y = \frac{1}{2}x$

b) $f(0)=0$ donc le point $O(0,0) \in (D)$

c)



2a) (Δ): $y = ax$

Pour $x = 0$ on a $y = 0$ donc $(0,0) \in (\Delta)$

b) il faut que $p = 0$

J'évalue mes acquis

$N^{\circ}1$ et $N^{\circ}5$

Activité 9

1- le coefficient de proportionnalité est 3

2 l'expression de cette application est de la forme $x \mapsto ax$ avec $a = 3$, donc c'est une application linéaire.

J'évalue mes acquis

Enoncé

On considère le tableau de proportionnalité ci-dessous

x	-1,5	-1	2	5
y	-3	-2	4	10

Ecris l'expression de l'application linéaire qui modélise cette situation

Solution

Le coefficient de proportionnalité est : 2 donc $f : x \mapsto 2x$

Activité 10

1a) On fait la somme des prix de 5kg et 8kg puisque $13=8+5$

b) 13kg coûtent $3\,750f + 6\,000f = 9\,750f$

c) $f(5) + f(8) = 5k + 8k = 13k$

$f(13) = 13k$, on constate que $f(13) = f(5) + f(8)$

2- $g(u + v) = a(u + v) = au + av = g(u) + g(v)$

J'évalue mes acquis

$f(-1,2) = f(-3 + 1,8) = f(-3) + f(1,8) = 0,5 + (-0,3) = 0,2$

Activité 11

1- $15 = 3 \times 5$, donc il suffit de multiplier la quantité nécessaire pour 3 personnes par 5

b)

Nombre de personnes	3	15
Masse e farine	120	600



2- $5h(3) = 5 \times 3 \times 40 = 600$; $h(15) = 40 \times 15 = 600$

$5h(3) = h(15)$

3- $g(ku) = a(ku) = k(au) = kg(u)$

J'évalue mes acquis

On sait que pour toute application linéaire $f(kx) = k \times f(x)$, donc $f(2) = f(2 \times 1) = 2 \times f(1)$ par conséquent

$f(1) = \frac{8}{2} = 4$

Corrections des exercices

Exercice 1

- 1- $f(x) = 7x - 3$ avec $a = 7$ et $b = -3$
- 2- $h(x) = -5x + 5$ avec $a = -5$ et $b = 5$
- 3- $g(x) = -11x - 33$ avec $a = -11$ et $b = -33$
- 4- $l(x) = \frac{x-2}{13} = \frac{1}{13}x - \frac{2}{13}$ avec $a = \frac{1}{13}$ et $b = -\frac{2}{13}$

Exercice 2

- 1- $g(4) = 13$
- 2- $g(5) = -8$

Exercice 3

- a- $a = \frac{2}{3}$ et $b = -5$
- b- $a = 0$ et $b = -5$
- c- $a = \frac{4}{3}$ et $b = 0$
- d- $a = -2$ et $b = \frac{3}{7}$

Exercice 4

- a)
 $a = \frac{5}{3}$ et $b = -2$

- c)
 $a = -1$ et $b = 5$

- d)
 $a = 0$ et $b = -13$

- e)
 $a = \frac{3}{2}$ et $b = -\frac{5}{4}$

Exercice 5

Le tableau 1 car $f(0) = -5 \times 0 - 3 = -3$

Exercice 6

x	-2	-8	0	2	$\frac{3}{5}$
$f(x) = 5x - 6$	-16	-46	-6	4	-3

Exercice 7

- a- $b = -13$
- b- $a = 1$
- c- $b = -7$
- d- $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 8

$h(-3) = -13$ et $h(0) = -7$

Exercice 9

x	-3	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	6
$t(x) = \frac{2}{3}x - 4$	-6	$-\frac{13}{2}$	-4	-3	0

Exercice 10

1-

x	8	-1	-2	$\frac{7}{2}$	$-\frac{60}{7}$
$f(x) = 8x$	64	-8	-16	28	$-\frac{480}{7}$

2-

x	$-\frac{3}{2}$	5	$\frac{3}{10}$	$-\frac{15}{14}$
$f(x) = 8x$	-12	40	$\frac{12}{5}$	$-\frac{60}{7}$

Exercice 11

$a = \frac{1}{2}$ et $b = \frac{5}{2}$ soit $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

Exercice 12

$h(x) = -2x + 1$

Exercice 13

a- $f(x) = 2x - 1$

b- $g(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{13}{6}$

c- $h(x) = \frac{1}{2}$

d- $k(x) = \frac{a}{2}x + \frac{a}{2}$

Exercice 14

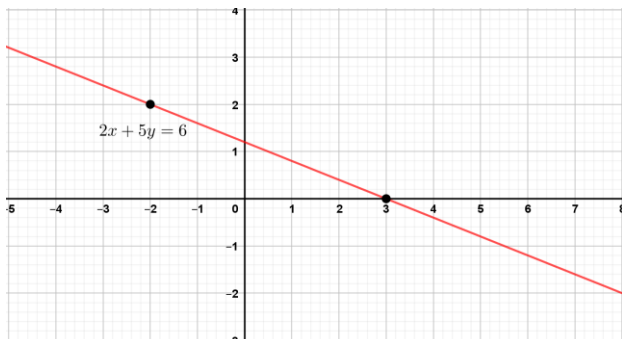
a- $y = 7x - 2$

b- $y = -5$

c- $y = 2,3x$

d- $y = \frac{7}{6}x + \frac{3}{5}$

Exercice 15



Exercice 16

- a- Les images sont rangées dans l'ordre contraire de leur antécédent donc l'application est décroissante
- b- Les images sont toutes égales à la même valeur 1 donc l'application est constante

Exercice 17

$a > 0$ donc l'application est croissante par conséquent les images sont rangées dans le même ordre que ces nombres

Exercice 18

$-\pi < 0$ donc l'application est décroissante par conséquent les images sont rangées dans l'ordre contraire de ces nombres

Exercice 19

- a- L'application f est décroissante donc les images sont rangées dans l'ordre contraire de ces nombres

- b- L'application g est croissante donc les images sont rangées dans le même ordre que ces nombres
- c- L'application h est constante donc ces nombres ont la même image.

Exercice 20

L'application h est constante donc ces nombres ont la même image

Exercice 21

L'application g est décroissante donc les images sont rangées dans l'ordre contraire de ces nombres

- a- $f\left(\frac{2019}{2020}\right) > f(1) > f\left(\frac{2020}{2019}\right)$
- b- f est constante donc $f\left(\frac{2019}{2020}\right) = f(1) = f\left(\frac{2020}{2019}\right)$
- c- F est décroissante donc $f\left(\frac{2019}{2020}\right) > f(1) > f\left(\frac{2020}{2019}\right)$

Exercice 22

- a- $f(x) = 4x$, f est une application linéaire avec a=4
- c) $h(x) = -3x$, f est une application linéaire avec a=-3
- i) $p(x) = 2x$, f est une application linéaire avec a=2

Exercice 23

- a- Faux
- b- Vraie
- c- Faux
- d- Vraie

Exercice 24

Ce sont les droites (OA) ; (OB) et (OC)

Exercice 25

$$f(x) = \frac{2}{3}x$$

Exercice 26

Le tableau B traduit une situation de proportionnalité ; $x \mapsto 3x$

Le tableau C traduit une situation de proportionnalité $x \mapsto \frac{1}{3}x$

Exercice 27

- 1- Tableau 1 avec -3 comme coefficient
- 2- Tableau 3 avec $\frac{2}{3}$ comme coefficient

Exercice 28

Ce sont les égalités b) ; c) et d)

Exercice 29

$$g(1) = \frac{1}{2} \text{ et } g(3) = \frac{3}{2}$$

Exercice 30

$$h(1) = -\sqrt{5}$$

$$h(1 - \sqrt{5}) = h(1) - h(\sqrt{5}) = -\sqrt{5} + 5$$

$$h\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{1}{2}h(\sqrt{5}) = -\frac{5}{2}$$

Exercice 31

- a- Faux
- b- Faux
- c- Faux

Exercice 32

(OA) ; (AB) et (BC)

Exercice 33

- a- Faux
- b- Faux
- c- Vrai

Exercice 34

- 1- La droite (AB) est la représentation graphique d'une application affine constante
- 2- Les droites (OA) et (BC) sont les représentations graphiques d'applications affines décroissantes

Exercice 35

- a- Application affine croissante $a > 0$
- b- Application affine constante $a = 0$
- c- Application affine décroissante $a < 0$
- d- Application linéaire croissante $a > 0$

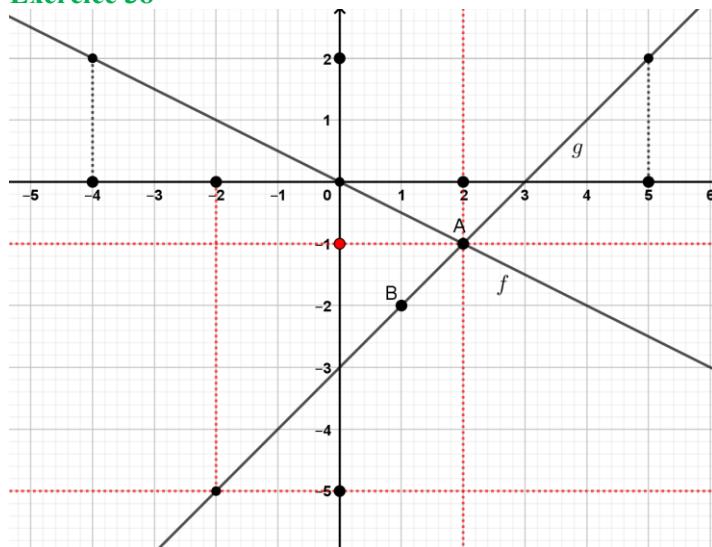
Exercice 36

- a- (OE) ; $f(x) = \frac{-3}{4}x$
- b- (EF) ; $g(x) = \frac{-9}{7}x + \frac{30}{7}$

Exercice 37

$$g(x) = x + 6$$

Exercice 38



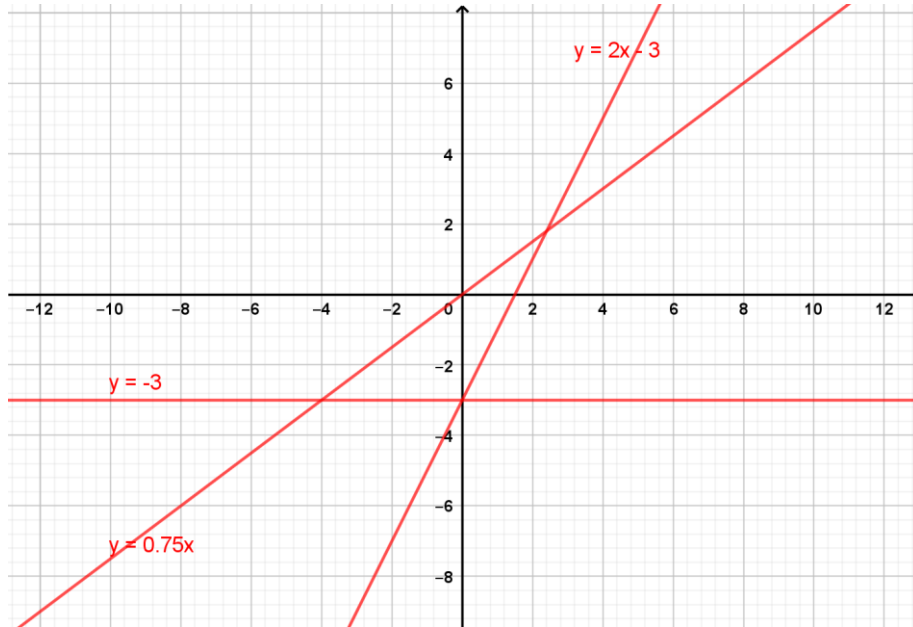
$$f(2) = -1 \text{ et } g(2) = -1$$

$f(x) = 2$ signifie que $x = -4$ et $g(x) = -5$ signifie que $x = -2$

Exercice 39

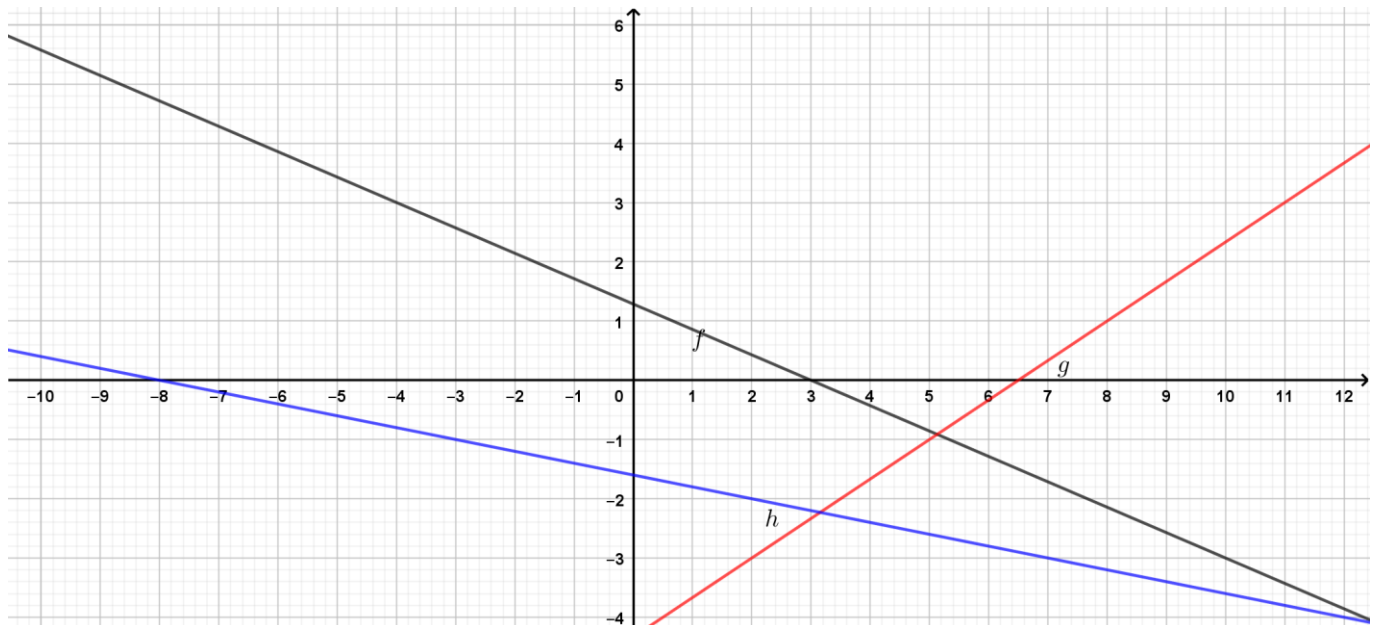
- 1- $f(x) = \frac{3}{4}x + 5$
- 2- $g(x) = -\frac{2}{3}x + 1$
- 3- $h(x) = -6x - 7$
- 4- $k(x) = -5,6x + 7,2$

Exercice 40



NB : f est identique à g

Exercice 41



Exercice 42

- a- $a = \pi - 5 < 0$ donc f est application affine décroissante
- b- $a = 2\sqrt{13} - 7 > 0$ donc f est application affine croissante
- c- $a = 0$ donc h est une application affine constante

Exercice 43

- a- Les images sont rangées dans l'ordre contraire des nombres donc f est décroissante
- b- Les images sont rangées dans le même ordre que les antécédents donc f est croissante

Exercice 44

- a- $a = 2$ et $2 > 0$, f est croissante
- b- $a = 0$ f est constante
- c- $a = \frac{3}{7}$ et $\frac{3}{7} > 0$, f est croissante
- d- $a = -5$ et $-5 < 0$, f est décroissante

Exercice 45

$$f(x) = 1,5x$$

$$g(x) = -\frac{15}{2}x$$

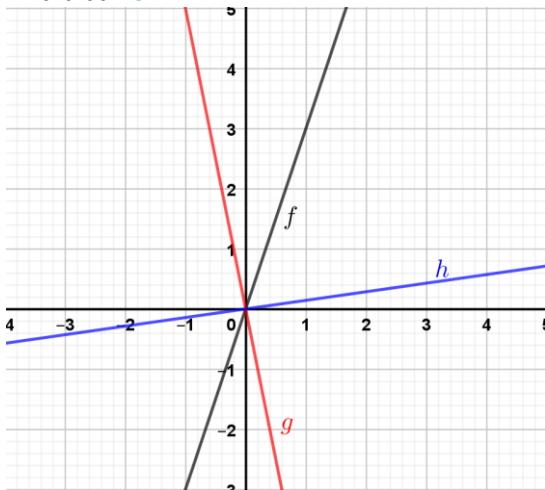
$$h(x) = -3x$$

Exercice 46

- 1- Par développement et réduction on a $f(x) = -7x - 5$, donc f est une application affine
- 2- Par développement et réduction on a $g(x) = -29x$, donc g est une application linéaire

Exercice 47

- 1- $k(-4) = -8$ signifie que $-4a + b = -8$ c'est-à-dire $4a - b = 8$
 $k(2) = 22$ signifie que $2a + b = 22$
donc a et b sont solution du système $\begin{cases} 4a - b = 8 \\ 2a + b = 22 \end{cases}$
- 2- la résolution du système donne $a = 5$ et $b = 12$
- 3- $k(x) = 5x + 12$

Exercice 48**Exercice 49**

- $a = 2 + \sqrt{10} > 0$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$
- $a = \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$
- $a = 0$ donc f est constante sur $\mathbb{R}$

Exercice 50

- a- h est décroissante sur $\mathbb{R}$ signifie que $a - 2 < 0$ c'est-à-dire $a < 2$
- b- h est croissante sur $\mathbb{R}$ signifie que $a - 2 > 0$ c'est-à-dire $a > 2$
- c- h est croissante sur $\mathbb{R}$ signifie que $a - 2 = 0$ c'est-à-dire $a = 2$

Exercice 51

$$g\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = \frac{1}{2}g(\sqrt{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}g(\sqrt{2}) = -\frac{3}{2}$$

Exercice 52

Exercice 53

$\begin{cases} -a + b = 3 \\ 3a + b = -5 \end{cases}$ la résolution de ce système nous donne $a = -2$ et $b = 1$ donc $f(x) = -2x + 1$
 $f(-7) = 15 \neq 13,5$ donc $C \notin (AB)$

Exercice 54

- 1- $(D) \parallel (AB)$ signifie que ces deux droites ont le même coefficient directeur, $m = \frac{3}{5}$
- 2- Les droites (D) et (AB) sont perpendiculaires signifie que le produit de leurs coefficients directeurs est égale à -1, on trouve $m = \frac{7}{2}$

Exercice 55 (à revoir)

$$f(x) = ax + b$$

La mise en équation nous permet d'obtenir le système suivant $\begin{cases} 2b - 6a = 9 \\ 2b - 26a = 7 \end{cases}$

La résolution du système nous donne $a = 0,2m^3$ et $b = 5,1m^3$

Le nombre de jours est $\frac{5,1}{0,2} = \frac{51}{2} = 25,5$

Donc la citerne sera complètement vide après 26 jours.

Leçon 1 : PYRAMIDES ET CÔNES

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Faire dégager le contexte

Pour cela on peut poser les questions du genre :

- De quel évènement parle le texte ? *Il s'agit d'une élève de 3^{ème} qui présente à ses camarades de classe une photo de deux récipients utilisés par une marchande pour vendre sa poudre de farine*
- Quels sont les acteurs de cet évènement ? *Une élève de 3^{ème}, Ses camarades de classe*
- Où se déroule l'évènement ? *Dans un collège*

- Faire dégager la (ou les) circonstance(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Quel est la réaction des acteurs face à la photo ? *Ils sont émerveillés par la forme de récipients*
- Quelle(s) difficulté(s) rencontre(nt) les acteurs de cet évènement ? *cerner la forme des récipients*

- Faire dégager la (ou les) tâche(s)

Pour cela on peut poser les questions du genre

- Que décident de faire les acteurs ? *Ils décident de faire des recherches pour mieux cerner les solides de même forme que ces récipients.*

- Faire la synthèse et annoncer des notions mathématiques convoquées par la situation (le professeur)

Une élève de 3^{ème} présente à ses camarades de classe une photo de deux récipients utilisés par une marchande pour vendre sa poudre de farine. Ces derniers sont émerveillés par la forme de récipients. Ils décident de faire des recherches pour mieux cerner les solides de même forme que ces récipients.

*Tout comme ces élèves, nous allons découvrir à travers une nouvelle leçon intitulée « **Pyramides et cônes** », des notions et formules de calcul qui vous permettront de cerner les formes des solides que vous rencontrerez.*

-

ACTIVITES DE DECOUVERTE

I-

Activité 1

- 1- SBC ; SCD ; SDA ; SAB. Ces faces triangulaires ont un sommet commun.
- 2- ABCD
- 3- (SH)

J'évalue mes acquis

- 1- SBC ; SCD ; SDA ; SAB.
- 2- S
- 3- (AH)
- 4- ABCD
- 5- SBC

Activité 2

- 1-
 - Le triangle SAC est isocèle en S car la hauteur issue de S passe par H milieu de [AC].
Donc $SA = SC$.
 - Le triangle SBD est isocèle en S car la hauteur issue de S passe par H milieu de [BD].
Donc $SB = SD$.
 - $SB = SC$ car les triangles SHB et SHC rectangles en H sont superposables car $HB = HC$.
 - Finalement $SA = SC = SB = SD$.
- 2- $SA = 5 \text{ cm}$

J'évalue mes acquis

- 1- AEBCD est une **pyramide** régulière à **base** carrée.
- 2- A : sommet, ABC : face latérale, BCDE : base, (AO) : hauteur

II-

Activité 3

- 1- Figure facile à réaliser avec la règle et l'équerre.

J'évalue mes acquis

d)

III-

Activité 4

- 1- Construction à faire par les élèves et le professeur.
- 2- Vérification à faire
- 3- Volume du carré : $AB \times BC \times BE = \mathfrak{B} \times h$. Donc le volume de la pyramide est $\frac{1}{3} (\mathfrak{B} \times h)$.

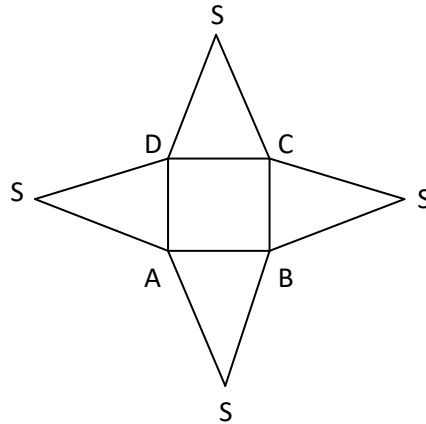
J'évalue mes acquis

b) ; d) ; f)

IV-

Activité 5

1-



2- On prend I milieu de [BC]. SIB est un triangle rectangle en I.

D'après la propriété de Pythagore, $SB^2 = SI^2 + IB^2$

$$SI^2 = SB^2 - IB^2$$

$$SI = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$SI = 4\text{cm}$$

3- a) Aire du triangle est $\frac{6 \times 4}{2} \text{ cm}^2 = 12\text{cm}^2$

b) Aire latérale $\mathcal{A}$ est $12\text{cm}^2 \times 4 = 48 \text{ cm}^2$

$$\text{On a : } \frac{1}{2} \times (6 \times 4) \times 4 = 48. \text{ Donc } \mathcal{A} = \frac{1}{2} P \times a$$

4- Aire totale est : $36 \text{ cm}^2 + 48 \text{ cm}^2 = 84 \text{ cm}^2$

J'évalue mes acquis

a) ; d) et e)

V-

Activité 6

1- En faisant tourner un triangle **rectangle** autour d'un des côtés de l'angle **droit**, on obtient un **cône de révolution**.

2- Le segment [SA] est une **génératrice** du **cône de révolution**.

3- La droite (SO) est la **hauteur** du **cône de révolution**.

4- La base de ce cône est le **disque** de centre O et de rayon OA.

J'évalue mes acquis

a)

VI-

Activité 7

$$1- \text{ a) } 2\pi r ; \text{ b) } \frac{a \times \pi \times SB}{180} = \frac{a \times \pi \times g}{180}$$

$$2- 2\pi r = \frac{a \times \pi \times g}{180}$$

J'évalue mes acquis

b) ; c) et d)

VII-

Activité 8

1- $V = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \frac{9 \times 4 \times \pi}{3} = 12\pi \text{ cm}^3$

2- a)

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times \mathcal{P} \times a = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times a = 15\pi \text{ cm}^2$$

b) Aire totale : $\pi r^2 + \mathcal{A} = (9+15)\pi \text{ cm}^2 = 24\pi \text{ cm}^2$

J'évalue mes acquis

c)

VIII-

Activité 9

1-

a) (EF) // (AB) ; b) (FG) // (DC) ; c) (HG) // (DC) ; d) (EH) // (AD)

2- a)

Triangle	ASB	BSC	CSD	ADS
Egalité de quotients	$\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB}$	$\frac{SF}{SB} = \frac{SG}{SC} = \frac{FG}{BC}$	$\frac{SG}{SC} = \frac{SH}{SD} = \frac{HG}{DC}$	$\frac{SH}{SD} = \frac{SE}{SA} = \frac{HE}{DA}$

b) $EF = \frac{SF}{SB} \times AB$; $SE = \frac{SF}{SB} \times SA$; $SF = \frac{EF}{AB} \times SB$ avec $k = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB}$

c) SEF et SAB ; SFG et SBC ; SHG et SDC ; SEH et SAD.

d) EHG et ADCB

e) Une réduction

3- SEFGH

J'évalue mes acquis

a) Un rectangle

b) Un triangle équilatéral

c) Un losange

IX-

Activité 10

1- a) $k = \frac{EF}{AB} = \frac{2}{3}$

b) $SI = \frac{2}{3} \times SO = \frac{18}{3} = 6$

2- L'aire de ABCD est 36 cm^2 . L'aire de EFGH est 16 cm^2

$$\frac{\text{aire}(EFGH)}{\text{aire ABCD}} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} = k^2$$

3- $\text{Vol}(SEFGH) \text{ est } \frac{16 \times 6}{3} = 32 \text{ cm}^3$. $\text{Vol}(SABCD) \text{ est } \frac{36 \times 9}{3} = 108 \text{ cm}^3$.

$$\frac{\text{Vol}(\text{SEFGH})}{\text{Vol}(\text{SABCD})} = \frac{32}{108} = \frac{8}{27} = k^3$$

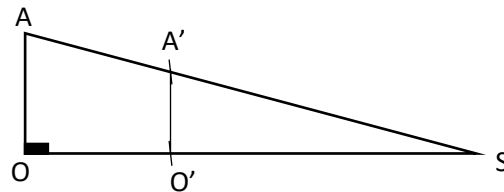
J'évalue mes acquis

- Les **distances** sont multipliées par k .
- L'**aire** est multipliée par k^2 .
- Le **volume** est multiplié par k^3 .

X-

Activité 11

1-



2- D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a :

$$\frac{SA'}{SA} = \frac{SO'}{SO} = \frac{AO'}{AO} = k \text{ donc } SA' = k SA ; SO' = k SO \text{ et } AO' = k AO.$$

$SO'A'$ est une réduction de SOA de rapport $k = \frac{2}{3}$

- Le cercle de centre O' et de rayon AO'
- le cône de réduction

J'évalue mes acquis

- A
- C

XI-

Activité 12

$$1- a) k = \frac{SI}{SO} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}$$

$$b) \frac{IC}{OD} = \frac{1}{3} \text{ donc } IC = \frac{1}{3} \times OD = \frac{1}{3} \times 72 = 24\text{mm}$$

$$2- \text{aire latérale}(C') \text{ est } \frac{2\pi \times 24 \times 30}{2} = 720\pi \text{ mm}^2$$

$$\text{aire latérale}(C) \text{ est } \frac{2\pi \times 72 \times 90}{2} = 6480\pi \text{ mm}^2$$

$$\frac{\text{aire latérale}(C')}{\text{aire latérale}(C)} = \frac{720\pi}{6480\pi} = \frac{1}{9} = k^2$$

$$3- \text{Volume}(C) \text{ est } \frac{5184\pi \times 54}{3} = 93312\pi \text{ mm}^3. \quad \text{Volume}(C') \text{ est } \frac{576\pi \times 18}{3} = 3456\pi \text{ mm}^3.$$

$$\frac{\text{Vol}(C')}{\text{Vol}(C)} = \frac{3456\pi}{93312\pi} = \frac{1}{27} = k^3$$

J'évalue mes acquis

c)

Je m'exerce

1- Exercice d'application/Fixation

Exercice 1

a) et b)

Pyramides	Face	Base	Hauteur
FHGC	FGC un triangle rectangle	HGC	(FG)
	FGH un triangle rectangle		
	FHC un triangle équilatéral		
	HGC un triangle rectangle		
DEAB	DEA un triangle rectangle	EAB	(DA)
	DAB un triangle rectangle		
	DEB un triangle équilatéral		
	EAB un triangle rectangle		
OEF GH	OEF un triangle isocèle	EFGH	La droite par O et par le centre de EFGH
	OFG un triangle isocèle		
	OGH un triangle isocèle		
	OEH un triangle isocèle		
	EFGH un carré		

Exercice 2

- a) fig 3) ;
b) et c) sont à faire par le professeur et ses élèves

Exercice 3

a) Faux ; b) OABCD, OEF GH, OFBCG, OEADH, OABFE et ODCGH

Exercice 4

On utilise la formule $2\pi r = \frac{\alpha \times \pi \times g}{180}$ dans chaque cas.

- a) $r = \frac{\alpha \times \pi \times g}{180 \times 2\pi} = \frac{72 \times \pi \times 12}{180 \times 2\pi} = 2,4\text{cm}$
b) $g = \frac{180 \times 2\pi r}{\alpha \times \pi} = \frac{180 \times 2 \times 1,5}{60} = 9\text{cm}$
c) $\alpha = \frac{180 \times 2\pi r}{g \times \pi} = \frac{180 \times 2 \times 3}{15} = 72^\circ$

Exercice 5

- a) Le sommet est O et le centre de sa base est L.
b) Le rayon de la base est 28cm. La longueur des génératrices est OA = 56cm. La hauteur est (OL).
c) La longueur de l'arc $\widehat{AB}$ est le périmètre de la base : 56π .

Exercice 6

Il faut déterminer $\alpha = \frac{180 \times 2r}{g} = \frac{180 \times 2 \times 3}{6} = 180^\circ$

Construire ce patron à l'aide de la règle graduée et du compas.

Exercice 7

Le périmètre de la base est $\frac{40 \times \pi \times 9}{180} = 2\pi$ et donc $r = 1\text{cm}$

Exercice 8

h	12cm	13cm	0,6cm	0,000045dm
c	50cm	12cm	110dm	1,7dam
B	25dm ²	144cm ²	12100 dm ²	289m ²
V	10 dm ³	0,624 dm ³	242 dm ³	433,5cm ³

Exercice 9

a) $SA = 5\sqrt{2}$ cm ; b) $SO = 4,8\text{cm}$; c) $OA = \sqrt{15}\text{cm}$; d) $OS = 5\sqrt{39}\text{cm}$

Exercice 10

h	72cm	0,087m	27 m	0,42 dm
r	49cm	6,77cm	0,28 dam	0,14dm
B	754600 mm ²	144cm ²	2464 dm ²	0,0616 dm ²
V	181.104.000 mm ³	0,624 dm ³	22,176 dm ³	8,624 cm ³

Exercice 11

- Les longueurs sont multipliées par k
- L'aire est multipliée par k²
- Le volume est multiplié par k³

Exercice 12

1- a)

Exercice 13

La pyramide obtenue a une base rectangulaire, ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables, il a pour sommet S

Exercice 14

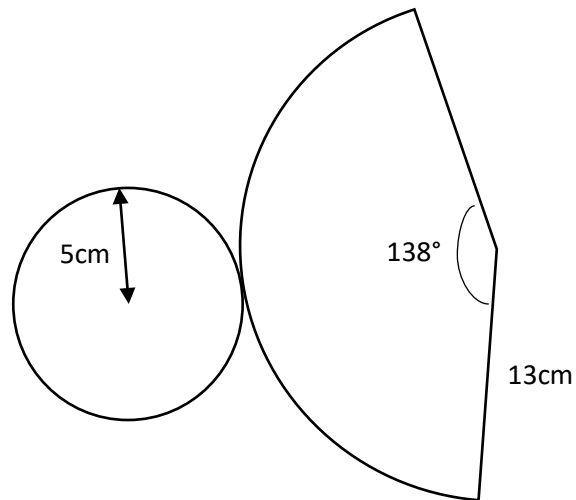
- Le cône obtenu a pour base celle du cylindre (diamètre 10 cm), Sa hauteur est celle du cylindre (12 cm)
- La construction du patron :
 - ✓ la base est facile à construire (un disque de centre O et de rayon 5cm)
 - ✓ pour construire le secteur circulaire qui permet de former la face latérale, il faut déterminer la mesure en degré de l'angle α de ce secteur.

On peut utiliser le tableau ci-dessous

longueur en cm	$2\pi \times SA$	$2\pi r$
mesure d'angle en degré	360	α

$$\alpha = \frac{360 \times 2r}{SA} = \frac{360 \times 5}{\sqrt{144+25}} = \frac{1800}{13} \approx 138$$

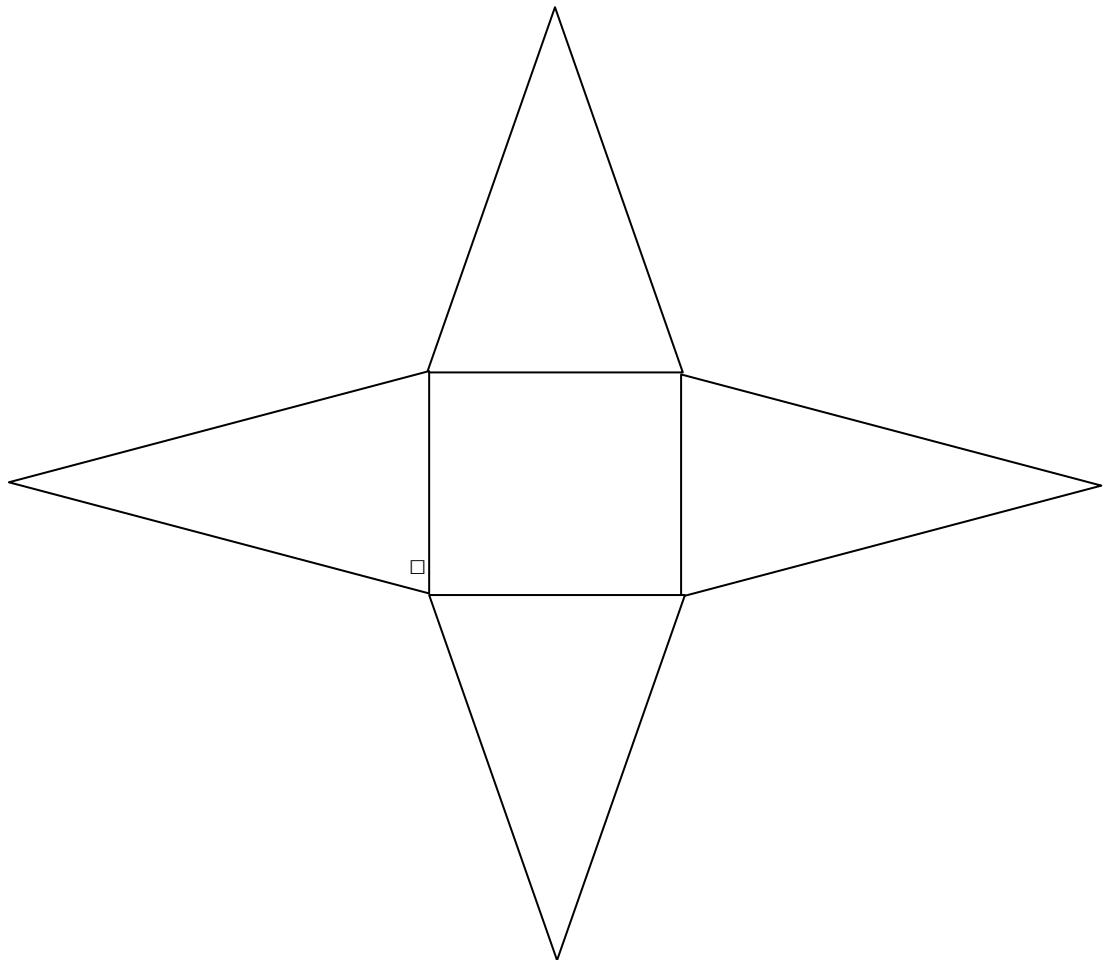
Mes $\alpha = 138^\circ$



Exercice 15

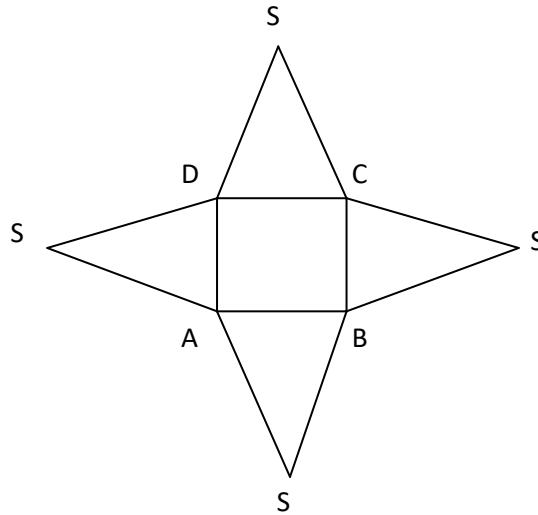
À faire par les élèves et le professeur

Exercice 16



Exercice 17

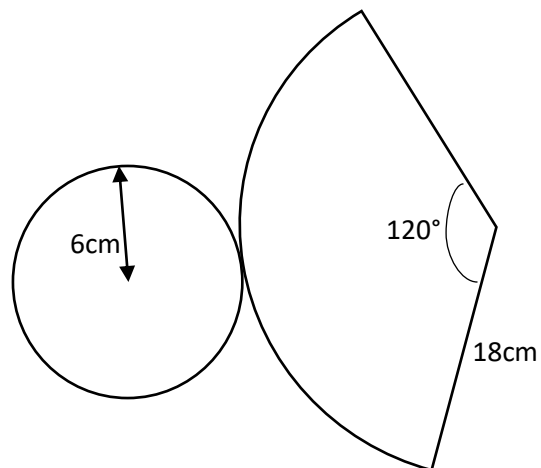
Le côté de la base
Mesure naturellement
4 cm.



Exercice 18

Il suffit de déterminer la mesure en degré de l'angle α sur le développement qui permet de former la face latérale

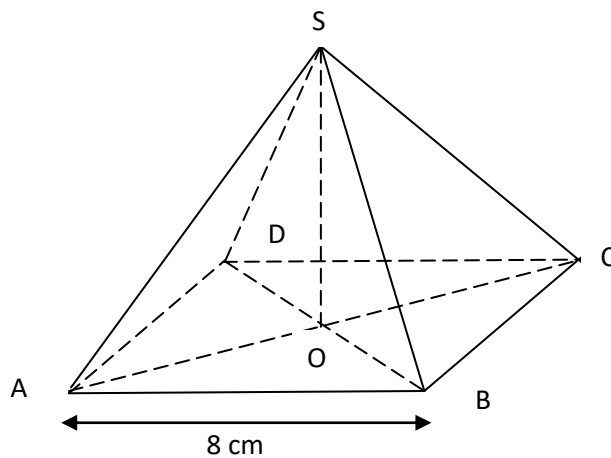
$$\alpha = \frac{360 \times 2\pi \times 6}{2\pi \times 18} = 120^\circ$$

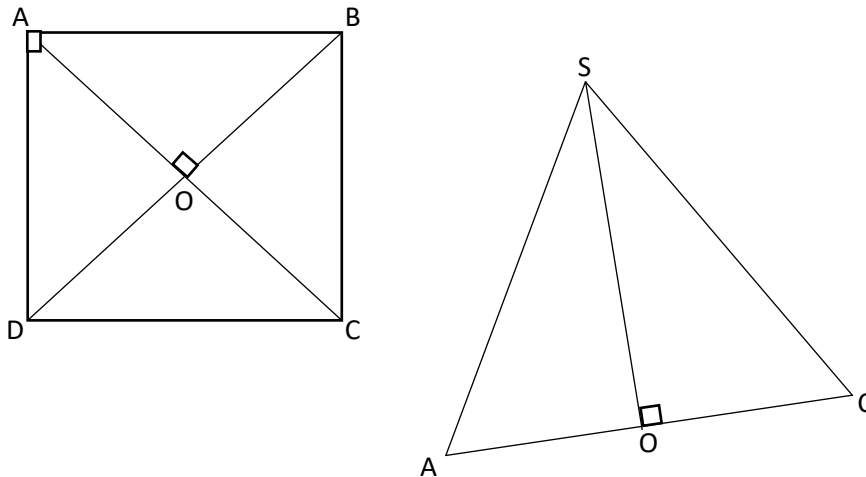
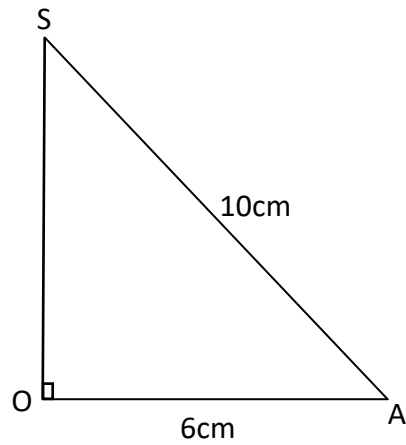


Exercice 19

Découpage et réalisation du cône à faire par le professeur et ses élèves.

Exercice 20



Exercice 21**Exercice 22****Exercice 23**

$$h = \frac{3V}{A} = \frac{3 \times 30}{15} = 6 \text{ cm}$$

Exercice 24

$$V_r = k^3 \cdot V = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \frac{8 \times 100}{3} = 9,88 \text{ cm}^3$$

Exercice 25

Soit b la mesure du côté de la base.

$$\text{L'aire latérale est } 4 \times \frac{8 \times b}{2} = 16 \times b \text{ cm}^2$$

Exercice 26

	(1)	(2)	(3)	(4)
SH'	2,5	1,5	2	4,5
A'B'	4	2,4	3,2	,2
B'C'	3	1,8	2,4	5,4
A'C'	5	3	4	9
Volume du tronc en cm ³	130	133,92	132,44	126,9

- Pour le volume V_t du tronc, il suffit de déterminer le volume V de la pyramide et le volume V' de la pyramide réduite et faire $V_t = V - V'$.
 $V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$ et $V' = k^3 \times V$ avec $k = \frac{SH'}{SH}$

Exercice 27

$$h = \frac{3V}{A} = \frac{3 \times 144\pi}{36\pi} = 12 \text{ cm}$$

Exercice 28

La section est un disque de centre O' et de rayon $r' = \frac{SO'}{SO} \times r = \frac{3}{9} \times 6 = 2 \text{ cm}$

Exercice 29

1- un cercle ou un disque

$$2- D = 2xr = 2 \times 3,5 \times \tan 30^\circ = 7 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

Exercice 30

$$1- a) \cos 60^\circ = \frac{SO}{SA}; SO = SA \times \cos 60^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ cm.}$$

$$b) \text{ Aire latérale : } \frac{2\pi \times 5 \times 10}{2} = 50\pi \text{ cm}^2.$$

$$\text{Le volume : } \frac{\pi \times SO}{3} OA^2 = \frac{\pi \times SO}{3} (SA^2 - SO^2) = \frac{\pi \times 5 \times 75}{3} = 125\pi \text{ cm}^3$$

$$2- a) SO = \sqrt{36 - 4} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$b) \text{ Aire totale est } \pi OA^2 + \frac{\pi \times SA}{3} \times OA^2 = 4\pi + 8\pi = 12\pi \text{ cm}^2$$

Exercice 31

L'aire du secteur circulaire est $\frac{2}{3}\pi R^2$ et L'aire de la base est πr^2

$$\text{L'aire du patron est } \frac{2}{3}\pi R^2 + \pi r^2 = \frac{882}{3}\pi + 196\pi = 490\pi \text{ cm}^2$$

Exercice 32

La section est un rectangle.

$$EF = HG = \frac{SE}{SA} \times AB = \frac{3}{8} \times 5 = \frac{15}{8} \text{ cm} \quad \text{et} \quad EH = FG = \frac{SE}{SA} \times BC = \frac{3}{8} \times 4 = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

Exercice 33

On applique la propriété de Pythagore au triangle SOA rectangle en O pour calculer OA.
On obtient OA = 2,5 cm.

$$\text{Le volume est : } V = \frac{\pi \times SO}{3} OA^2 = \frac{\pi \times 6,25 \times 6}{3} = 13\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{L'aire latérale est : } A_l = \frac{2\pi \times OA \times SA}{2} = 16,25 \pi \text{ cm}^2$$

Exercice 34

$$\text{a) } V = \frac{\pi \times h}{3} r^2 = \frac{\pi \times 12 \times 27,04}{3} = 108,16\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{b) } V = \frac{\pi \times h}{3} r^2 = \frac{\pi \times 4,5 \times 6400}{3} = 9600\pi \text{ cm}^3$$

Exercice 35

	R	R'	h	h'	Vol du tronc	Aire du tronc
(1)	8	2,5	10	3,125	620,47π	94 π
(2)	3,6	1,2	6	2	24,96 π	23,84 π
(3)	7,2	1,8	9,6	2,4	163,296 π	81 π

- Volume du tronc : $V_t = \frac{\pi}{3} (R^2 h - R'^2 h')$ à utiliser. Voir les résultats dans le tableau ci-dessus.
- Aire latérale du tronc : $A_l = \frac{2\pi R \times SM}{2} - \frac{2\pi R' \times SM'}{2} = \pi(R \times SM - R' \times SM')$
avec $SM' = \sqrt{h'^2 + R'^2}$ et $SM = \sqrt{h^2 + R^2}$

II- Exercices de renforcement

Exercice 36

$$1- \text{ Volume du petit cône est : } V' = \frac{\pi \times SO'}{3} O'T'^2 = \frac{\pi \times 6 \times 42,25}{3} = 84,5\pi \text{ cm}^3$$

$$2- \text{ a) Le volume du cône } V = \frac{V'}{k^3} = 84,5 \pi \times 4^3 = 5408 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{b) Le volume du tronc de cône est } V - V' = 5323,5 \pi \text{ cm}^3$$

Exercice 37

Le volume du réservoir est $V_r = V - V'$ (V : vol du cône et V' : vol du cône réduit)

$$V_r = V - \left(\frac{80}{120}\right)^3 V \quad \text{car } V' = k^3 V$$

$$V_r = V - \left(\frac{2}{3}\right)^3 V$$

$$V_r = \frac{19}{27} V$$

Calculons V

h et h' étant les hauteurs respectifs du cône et du cône réduit, on a : $\frac{h'}{h} = \frac{2}{3}$ et $h = h' + 80$.

Donc $h = \frac{2}{3} h + 80$, soit $h = 240$.

Par conséquent $V = \frac{\pi \times h}{3} R^2 = \frac{\pi \times 2,4}{3} 1,2^2 = 1,152 \pi \text{ m}^3$ ou $1152 \pi \text{ dm}^3$

La capacité du réservoir est 1152π litres.

Exercice 38

1- a)

- Dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 2 \cdot AB^2 \quad \text{car } AB = BC$$

$$AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$$

$$\text{Donc } AB = \frac{1}{\sqrt{2}} AC = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm.}$$

- Dans le triangle ASI rectangle en I, on a :

$$AS^2 = AI^2 + IS^2$$

$$AS = \sqrt{2,25 + 36} = \sqrt{38,25} \text{ cm}$$

c) Dans le triangle ASI rectangle en I, $\tan \widehat{SAI} = \frac{SI}{AI} = 6 \times \frac{2}{3} = 4$

En utilisant la table trigonométrique, on : $75^\circ < \text{mes } \widehat{SAI} < 76^\circ$

2- a) On a : $AB = AS = CS = 5 \text{ cm.}$

$$AS^2 = CS^2 = 25 \text{ et } AC^2 = 2 \cdot AB^2 = 50.$$

On a $AC^2 = AS^2 + CS^2$ donc d'après la réciproque de Pythagore, le triangle ASC est rectangle et isocèle en S.

b) $SI \times AC = AS \times CS$ (propriété métrique déduite de l'aire)

$$SI = \frac{CS \times AS}{AC} = \frac{5 \times 5}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm.}$$

III- Situations d'évaluation

Exercice 39

$$1- k = \frac{OA'}{OA} = \frac{2}{3}$$

2- On a $\frac{h'}{h} = \frac{2}{3}$ et $h = h' + OO' = h' + 2$.

$$\text{Donc } h = \frac{2}{3} h + 2, \text{ soit } h - 2 = \frac{2}{3} h.$$

$$\text{Par conséquent } (1 - \frac{2}{3})h = 2$$

$$\frac{1}{3} h = 2$$

$$h = 6 \text{ m}$$

Exercice 40

1- $V_c = \frac{\pi x h}{3} r^2 = \frac{\pi x h}{3} r^2 = 30\pi \text{cm}^3$ et $V_p = \frac{36x10}{3} = 120\text{cm}^3$

2- $3,14 \times 30 < 30\pi < 3,15 \times 30$
 $94,2 < V_c < 94,5$

3- $V_c < V_p$ donc le verre de forme de cône est économique.